参考答案及解析

温馨提示：**为方便老师使用试卷检测学生的真实学习情况，故特意未将本书试卷部分的详细版参考答案展示出来.**请同学们安心备考，展现真实的学习水平.在备考过程中，同学们要以扎实掌握知识为目标，认真回顾教材内容，梳理知识脉络，通过做试卷查漏补缺，将每一道错题都当作珍贵的提升契机，深入剖析错误根源，从而不断进步.请同学们凭借自身努力通过检测，交上一份满意的答卷，真切地反映出自己的成长与进步，为下一阶段的学习筑牢根基.

课时同步创优练

第二十一章　一元二次方程

21.1　一元二次方程

1.D　**2.**D　**3.**B　**4.**-2

5.解：(1)移项，得一元二次方程的一般形式 $2x^2+5x-1=0$.

其中二次项系数为2，一次项系数为5，常数项为-1.

(2)去括号，得 $4x^2+4x=4x+2$.

移项，合并同类项，得一元二次方程的一般形式 $4x^2-2=0$.

其中二次项系数为4，一次项系数为0，常数项为-2.

(3)去括号，得 $x^2-3x-4x+12=12$.

移项，合并同类项，得一元二次方程的一般形式 $x^2-7x=0$.

其中二次项系数为1，一次项系数为-7，常数项为0.

6.A　**7.**3　[变式题] -1　**8.**A　**9.**B　**10.**2　**11.**B　**12.**A

13.-1　**易错点：**忽略一元二次方程中二次项系数不为0导致多解.

14.-1

15.解：(1)设群里成员人数为x.

根据题意，得 $x(x-1)=756$.

化成一般形式，得 $x^2-x-756=0$.

(2)设各边到图案部分的距离为x cm.

根据题意，得$(16-2x)(10-2x)=16\times10\times70\%$.

化成一般形式为 $4x^2-52x+48=0$.

16.解：(1)因为a是方程 $x^2-2\,025x+1=0$ 的一个根，

所以 $a^2-2\,025a+1=0$，所以 $2\,025a-a^2=1$.

所以 $4\,050a-2a^2-3=2(2\,025a-a^2)-3=2\times1-3=-1$.

(2)由(1)可得 $a^2=2\,025a-1$，$a^2+1=2\,025a$.

所以 $a^2-2\,024a+\frac{2\,025}{a^2+1}=2\,025a-1-2\,024a+\frac{2\,025}{2\,025a}=a+\frac{1}{a}-1=\frac{a^2+1}{a}-1=\frac{2\,025a}{a}-1=2\,025-1=2\,024$.

21.2　解一元二次方程

21.2.1　配方法

第1课时　用直接开平方法解一元二次方程

1.D　**2.**C

3.(1)>　(2)=　(3)<　**4.**-1

5.解：(1)移项，二次项系数化为1，得 $x^2=\frac{49}{4}$.

直接开平方，得 $x=\pm\frac{7}{2}$，即 $x_1=\frac{7}{2}$，$x_2=-\frac{7}{2}$.

(2)移项，二次项系数化为1，得 $x^2=8$.

直接开平方，得 $x=\pm2\sqrt{2}$，即 $x_1=2\sqrt{2}$，$x_2=-2\sqrt{2}$.

(3)移项，二次项系数化为1，得 $x^2=-18$.

因为 $x^2\geq0$，所以原方程无实数根.

6.C　**7.**C　**8.**1(答案不唯一，满足 $c\geq0$ 即可)

9.解：(1)二次项系数化为1，得$(x-5)^2=0$.

直接开平方，得 $x-5=0$.

于是，方程 $3(x-5)^2=0$ 的两个根为 $x_1=x_2=5$.

(2)移项，得$(x+1)^2=25$.

直接开平方，得 $x+1=\pm5$，即 $x+1=5$，或 $x+1=-5$.

于是，方程$(x+1)^2-25=0$ 的两个根为 $x_1=4$，$x_2=-6$.

(3)直接开平方，得 $2x+3=\pm9$，

即 $2x+3=9$，或 $2x+3=-9$，

于是，方程$(2x+3)^2=81$ 的两个根为 $x_1=3$，$x_2=-6$.

10.B　**11.**B　**易错点：**忽略三角形的三边关系导致多解.

12.±8　[变式题] 7

13.解：(1)$x_1=2+\sqrt{3}$，$x_2=2-\sqrt{3}$.

(2)$x_1=0$，$x_2=-5$.

(3)$x_1=\frac{1}{9}$，$x_2=\frac{17}{9}$.

(4)$x_1=-\frac{7}{8}$，$x_2=\frac{11}{2}$.

14.解：(1)解关于x的一元二次方程 $ax^2=b(ab>0)$，

得 $x=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$，

即一元二次方程 $ax^2=b$ 的两根互为相反数.

因为关于x的一元二次方程 $ax^2=b(ab>0)$的两个根分别为 $m+1$ 和 $2m-4$，

所以 $m+1+2m-4=0$.解得 $m=1$.所以m的值为1.

(2)当 $m=1$ 时，$m+1=2$，所以 $a\times2^2=b$，所以 $\frac{b}{a}=4$.

15.解：(1)$-\sqrt{3}$

(2)因为$(x+1)^2-x^2=x^2+2x+1-x^2=2x+1$，

所以当 $2x+1>0$，即 $x>-\frac{1}{2}$ 时，$(x+1)^2>x^2$，

则 $\min\{(x+1)^2,x^2\}=x^2$，

所以 $x^2=1$，所以 $x=1$ 或 $x=-1$(舍去).

当 $2x+1<0$，即 $x<-\frac{1}{2}$ 时，$(x+1)^2<x^2$，

则 $\min\{(x+1)^2,x^2\}=(x+1)^2$，

所以$(x+1)^2=1$，所以 $x+1=\pm1$.

所以 $x=0$(舍去)或 $x=-2$.

当 $2x+1=0$，即 $x=-\frac{1}{2}$ 时，$(x+1)^2=x^2$，

则 $\min\{(x+1)^2,x^2\}=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\neq1$，不符合题意.

综上所述，x的值是1或-2.

第2课时　用配方法解一元二次方程

1.(1)4　2　(2)36　6　(3)$\frac{49}{4}$　$\frac{7}{2}$　(4)$\frac{1}{25}$　$\frac{1}{5}$

2.D　**3.**3　6

4.解：(1)移项，得 $x^2+8x=9$.

配方，得 $x^2+8x+4^2=9+4^2$，$(x+4)^2=25$.

由此可得 $x+4=\pm5$，$x_1=1$，$x_2=-9$.

(2)移项，得 $x^2-5x=-1$.

配方，得 $x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=-1+\left(\frac{5}{2}\right)^2$，$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{21}{4}$.

由此可得 $x-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{21}}{2}$，$x_1=\frac{5+\sqrt{21}}{2}$，$x_2=\frac{5-\sqrt{21}}{2}$.

5.D

6.解：(1)移项，得 $4x^2+8x=5$.

二次项系数化为1，得 $x^2+2x=\frac{5}{4}$.

配方，得 $x^2+2x+1^2=\frac{5}{4}+1^2$，$(x+1)^2=\frac{9}{4}$.

由此可得 $x+1=\pm\frac{3}{2}$，$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=-\frac{5}{2}$.

(2)移项，得 $2x^2-6x=\frac{7}{2}$.

二次项系数化为1，得 $x^2-3x=\frac{7}{4}$.

配方，得 $x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{4}+\left(\frac{3}{2}\right)^2$，$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=4$.

由此可得 $x-\frac{3}{2}=\pm2$，$x_1=\frac{7}{2}$，$x_2=-\frac{1}{2}$.

7.③　配方时只在方程的左边加上一次项系数一半的平方，而在右边忘记加　$x_1=2$，$x_2=-\frac{3}{2}$

8.C　**9.**C　**10.**$P>Q$

11.解：(1)$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=-4$.

(2)$x_1=1+2\sqrt{2}$，$x_2=1-2\sqrt{2}$.

(3)$x_1=1$，$x_2=7$.

12.解：因为 $10m^2-4m+4+4n^2-12mn=0$，

所以$(m^2-4m+4)+(9m^2-12mn+4n^2)=0$.

所以$(m-2)^2+(3m-2n)^2=0$.

所以$(m-2)^2=0$，$(3m-2n)^2=0$.

所以 $m=2$，$n=3$.

因为m，n为△ABC两条边的长，

所以该三角形第三条边的长k满足 $3-2<k<3+2$，即 $1<k<5$.

又k为奇数，所以$k=3$.

微专题　利用配方法求二次三项式的最值

【例】-5　小　-24

[变式题组] (1)-5　大　27　(2)15　(3)5

21.2.2　公式法

第1课时　一元二次方程根的判别式

1.2　-7　-4　81　**2.**±2　**3.**A　**4.**C

5.有两个相等的实数根

6.解：(1)$a=9$，$b=6$，$c=1$.

因为 $\Delta=b^2-4ac=6^2-4\times9\times1=0$，

所以方程有两个相等的实数根.

(2)$a=1$，$b=-2\sqrt{5}$，$c=6$.

因为 $\Delta=b^2-4ac=(-2\sqrt{5})^2-4\times1\times6=-4<0$，

所以方程无实数根.

(3)方程化为 $3x^2-4x-2=0$.

$a=3$，$b=-4$，$c=-2$.

因为 $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times3\times(-2)=40>0$，

所以方程有两个不等的实数根.

7.C　[变式题组] (1)B　(2)$c>1$

8.解：$\Delta=4^2-4(-a+3)=4+4a$.

因为该方程有实数根，所以 $4+4a\geq0$.解得 $a\geq-1$.

9.$k<1$ 且 $k\neq0$　**10.**C　**11.**C　**12.**C

13.<1　**易错点：**未进行分类讨论导致错误.

14.直角

15.(1)证明：$a=1$，$b=2m$，$c=m^2-1$.

因为 $\Delta=b^2-4ac=(2m)^2-4(m^2-1)=4>0$，

所以无论m取何值，方程总有两个不等的实数根.

(2)解：把 $x=4$ 代入方程 $x^2+2mx+m^2-1=0$，

得 $16+8m+m^2-1=0$.整理，得 $m^2+8m+15=0$.

解得 $m_1=-3$，$m_2=-5$，即m的值为-3或-5.

16.解：(1)当▱$ABCD$是菱形时，$AB=AD$.

因为AB，AD的长是关于x的方程 $x^2-mx+\frac{m}{2}-\frac{1}{4}=0$ 的两个实数根，

所以 $\Delta=(-m)^2-4\times1\times\left(\frac{m}{2}-\frac{1}{4}\right)=(m-1)^2=0$.

所以 $m_1=m_2=1$.

所以当 $m=1$ 时，▱$ABCD$是菱形.

当 $m=1$ 时，原方程为 $x^2-x+\frac{1}{4}=0$，即$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$，

解得 $x_1=x_2=\frac{1}{2}$，所以菱形$ABCD$的边长是$\frac{1}{2}$.

(2)把 $x=2$ 代入原方程，得 $2^2-2m+\frac{m}{2}-\frac{1}{4}=0$.

解得 $m=\frac{5}{2}$.

将 $m=\frac{5}{2}$ 代入原方程，得 $x^2-\frac{5}{2}x+1=0$.

解得 $x_1=2$，$x_2=\frac{1}{2}$.

所以 $AD=\frac{1}{2}$.

所以▱$ABCD$ 的周长是 $2\times\left(2+\frac{1}{2}\right)=5$.

第 2 课时　用公式法解一元二次方程

1.C　2.D　[变式题] C

3.3　2　−1　$2^2-4\times3\times(-1)$　16>0

有两个不等的　$\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2\times3}$　$\frac{-1\pm2}{3}$　$\frac{1}{3}$　−1

4.C

5.解：(1)$a=1$，$b=-1$，$c=-1$.

$\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-1)=5>0$.

方程有两个不等的实数根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{5}}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$，即 $x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

(2)$a=4$，$b=-12$，$c=9$.

$\Delta=b^2-4ac=(-12)^2-4\times4\times9=0$.

方程有两个相等的实数根 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{-12}{2\times4}=\frac{3}{2}$.

(3)方程化为 $2x^2-6x+5=0$.

$a=2$，$b=-6$，$c=5$.

$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times2\times5=-4<0$.

方程无实数根.

6.解：有错误.错误的原因：没有先把 $x^2=4x+1$ 化为一般形式再确定 a，b，c 的值，导致 b，c 的值是错的.

正确的解答过程如下：

方程化为 $x^2-4x-1=0$.

$a=1$，$b=-4$，$c=-1$.

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times(-1)=20>0$.

方程有两个不等的实数根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{20}}{2\times1}=2\pm\sqrt{5}$，

即 $x_1=2+\sqrt{5}$，$x_2=2-\sqrt{5}$.

7.B　8.C　9.−1

10.解：(1)$x_1=3$，$x_2=-\frac{1}{2}$.

(2)方程无实数根.

(3)$x_1=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$，$x_2=\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

(4)$x_1=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$，$x_2=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$.

11.(1)证明：$a=1$，$b=-(k+1)$，$c=2k-2$.

$\Delta=b^2-4ac=[-(k+1)]^2-4\times1\times(2k-2)=k^2-6k+9=(k-3)^2\geq0$，

所以此方程总有两个实数根.

(2)解：由(1)可得

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-[-(k+1)]\pm\sqrt{(k-3)^2}}{2\times1}=\frac{(k+1)\pm(k-3)}{2}$，即 $x_1=k-1$，$x_2=2$.

因为此方程有一个根大于 0 且小于 1，而 $x_2>1$，

所以 $0<x_1<1$，即 $0<k-1<1$.

所以 $1<k<2$，即 k 的取值范围为 $1<k<2$.

12.C

21.2.3　因式分解法

1.C　2.B　3.$x_1=0$，$x_2=\frac{4}{3}$

4.解：(1)因式分解，得 $x(x+2\sqrt{3})=0$.

于是得 $x=0$，或 $x+2\sqrt{3}=0$，$x_1=0$，$x_2=-2\sqrt{3}$.

(2)因式分解，得 $(2x+5)(2x-5)=0$.

于是得 $2x+5=0$，或 $2x-5=0$，$x_1=-\frac{5}{2}$，$x_2=\frac{5}{2}$.

(3)因式分解，得 $2(x-3)^2=0$.

于是得 $x-3=0$，$x_1=x_2=3$.

(4)移项，得 $4x(2x-1)-3(2x-1)=0$.

因式分解，得 $(2x-1)(4x-3)=0$.

于是得 $2x-1=0$，或 $4x-3=0$，$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{3}{4}$.

5.(1)②　(2)①　(3)④

6.解：(1)移项，得 $m^2-4m=5$.

配方，得 $m^2-4m+2^2=5+2^2$，$(m-2)^2=9$.

由此可得 $m-2=\pm3$，$m_1=5$，$m_2=-1$.

(2)$a=5$，$b=2$，$c=-1$.

$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times5\times(-1)=24>0$.

方程有两个不等的实数根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2\pm\sqrt{24}}{2\times5}=\frac{-1\pm\sqrt{6}}{5}$，即 $x_1=\frac{-1+\sqrt{6}}{5}$，$x_2=\frac{-1-\sqrt{6}}{5}$.

(3)移项，得 $x(5x+4)-(5x+4)=0$.

因式分解，得 $(5x+4)(x-1)=0$.

于是得 $5x+4=0$，或 $x-1=0$，$x_1=-\frac{4}{5}$，$x_2=1$.

7.解：小敏：×；小霞：×.

正确的解答过程如下：

移项，得 $2(x+5)-(x+5)^2=0$.

因式分解，得 $(x+5)(2-x-5)=0$.

于是得 $x+5=0$，或 $2-x-5=0$，

$x_1=-5$，$x_2=-3$.

8.C　9.−3　易错点：忽略二次项系数不为 0 导致多解.

10.$x_1=-\frac{1}{4}$，$x_2=\frac{3}{2}$

11.解：(1)$x_1=2$，$x_2=-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

(2)$x_1=4$，$x_2=12$.

12.解：(1)$x_1=-1$，$x_2=9$

(2)$x_1=-1$，$x_2=n+1$

验证：$a=1$，$b=-n$，$c=-(n+1)$.

$\Delta=b^2-4ac=(-n)^2-4\times1\times[-(n+1)]=(n+2)^2\geq0$.

方程有两个实数根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{n\pm(n+2)}{2\times1}$，

即 $x_1=-1$，$x_2=n+1$.

专题 1　用十字相乘法和换元法解一元二次方程

1.解：(1)因式分解，得 $(x-1)(x-2)=0$.

于是得 $x-1=0$，或 $x-2=0$，

$x_1=1$，$x_2=2$.

(2)因式分解，得 $(x+2)(x-4)=0$.

于是得 $x+2=0$，或 $x-4=0$，

$x_1=-2$，$x_2=4$.

(3)因式分解，得 $(2x+3)(x+1)=0$.

于是得 $2x+3=0$，或 $x+1=0$，

$x_1=-\frac{3}{2}$，$x_2=-1$.

(4)因式分解，得 $(x+3)(3x-4)=0$.

于是得 $x+3=0$，或 $3x-4=0$，

$x_1=-3$，$x_2=\frac{4}{3}$.

2.解：(1)将 x^2 视为一个整体，设 $x^2=m$，则原方程化为 $m^2-5m+4=0$，解得 $m_1=1$，$m_2=4$.

当 $m=1$ 时，$x^2=1$，解得 $x_1=-1$，$x_2=1$；

当 $m=4$ 时，$x^2=4$，解得 $x_1=-2$，$x_2=2$.

所以原方程的解为 $x_1=-1$，$x_2=1$，$x_3=-2$，$x_4=2$.

(2)原方程化为 $(x^2+2x)^2-2(x^2+2x)-3=0$.

将 x^2+2x 视为一个整体，设 $x^2+2x=y$，则原方程化为 $y^2-2y-3=0$，解得 $y_1=3$，$y_2=-1$.

当 $y=3$ 时，$x^2+2x=3$，即 $(x+1)^2=4$，

解得 $x_1=1$，$x_2=-3$；

当 $y=-1$ 时，$x^2+2x=-1$，即 $(x+1)^2=0$，

解得 $x_1=x_2=-1$.

所以原方程的解为 $x_1=1$，$x_2=-3$，$x_3=-1$.

专题 2　解一元二次方程

1.解：(1)$x_1=2\sqrt{2}$，$x_2=-2\sqrt{2}$.

(2)$x_1=1+\sqrt{2}$，$x_2=1-\sqrt{2}$.

(3)$x_1=1$，$x_2=-\frac{7}{3}$.

2.解：(1)$x_1=-4+\sqrt{17}$，$x_2=-4-\sqrt{17}$.

(2)$x_1=21$，$x_2=-19$.

3.解：(1)$x_1=-5$，$x_2=3$.

(2)$x_1=-\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{1}{4}$.

(3)$x_1=-2$，$x_2=4$.

4.解：(1)$x_1=\frac{1+\sqrt{7}}{2}$，$x_2=\frac{1-\sqrt{7}}{2}$.

(2)$x_1=\frac{-5+\sqrt{13}}{6}$，$x_2=\frac{-5-\sqrt{13}}{6}$.

5.解：(1)$x_1=5$，$x_2=-1$.

(2)$x_1=-8$，$x_2=1$.

(3)$x_1=3+\sqrt{13}$，$x_2=3-\sqrt{13}$.

(4)$x_1=1$，$x_2=-\frac{4}{3}$.

(5)$x_1=x_2=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

(6)$x_1=-1+\sqrt{7}$，$x_2=-1-\sqrt{7}$.

(7)$x_1=-\frac{1}{3}$，$x_2=-5$.

(8)$x_1=-1$，$x_2=2$.

6.解：①当 $x-3\geq0$，即 $x\geq3$ 时，

原方程化为 $x^2-(x-3)-3=0$，即 $x^2-x=0$，

解得 $x_1=0$(舍去)，$x_2=1$(舍去).

②当 $x-3<0$，即 $x<3$ 时，

原方程化为 $x^2+(x-3)-3=0$，即 $x^2+x-6=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=-3$.

综上所述，原方程的解为 $x_1=2$，$x_2=-3$.

*21.2.4　一元二次方程的根与系数的关系

1.A　2.D　3.−4

4.解：由根与系数的关系，得 $x_1+x_2=3$，$x_1x_2=-2$.

(1)原式 $=x_1x_2(x_1+x_2)=-2\times3=-6$.

(2)原式 $=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=-\frac{3}{2}$.

(3)原式 $=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3^2-2\times(-2)=13$.

5.B　6.D　7.D　[变式题] 4

8.1(答案不唯一，满足 $m>0$ 即可)

9.解：(1)根据题意，得 $\Delta=6^2-4\times1\times(-m)=36+4m\geq0$，

解得 $m\geq-9$，即 m 的取值范围为 $m\geq-9$.

(2)根据题意，得 $x_1+x_2=-6$，$x_1x_2=-m$.

因为 $x_1+x_2=2x_1x_2$，所以 $-6=2\times(-m)$.

解得 $m=3$(符合题意)，即 m 的值为 3.

10.−1　11.B　12.C　13.2 028

14.(1)证明：因为 $\Delta=(m+3)^2-4(m+1)=m^2+2m+5=(m+1)^2+4>0$，

所以无论 m 取何值，原方程总有两个不等的实数根.

(2)解：因为 x_1，x_2 是原方程的两个根，

所以 $x_1+x_2=-(m+3)$，$x_1x_2=m+1$.

因为 $|x_1-x_2|=2\sqrt{2}$，所以 $(x_1-x_2)^2=(2\sqrt{2})^2$，

所以 $(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=8$.

所以 $[-(m+3)]^2-4(m+1)=8$.

所以 $m^2+2m-3=0$，解得 $m_1=-3$，$m_2=1$.

当 $m=-3$ 时，原方程化为 $x^2-2=0$，

解得 $x_1=\sqrt{2}$，$x_2=-\sqrt{2}$；

当 $m=1$ 时，原方程化为 $x^2+4x+2=0$，

解得 $x_1=-2+\sqrt{2}$，$x_2=-2-\sqrt{2}$.

15.解：(1)根据题意得 m，n 为方程 $7x^2-7x-1=0$ 的两个根，

所以 $m+n=1$，$mn=-\frac{1}{7}$.

所以 $(m+1)(n+1)=mn+m+n+1=-\frac{1}{7}+1+1=\frac{13}{7}$.

(2)当 $a=b$ 时，$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=1+1=2$；

当 $a\neq b$ 时，a,b 为方程 $x^2-6x+4=0$ 的两个根，

所以 $a+b=6,ab=4$.

所以 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}=\frac{6^2-2\times4}{4}=7$.

综上所述，$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$ 的值为 2 或 7.

专题 3　一元二次方程的根的判别式和根与系数的关系

1.A　**2.**C　**3.**D　**4.**B　**5.**$\frac{1}{2}$

6.$k\leqslant\frac{1}{4}$ 且 $k\neq-2$　[变式题] $k\geqslant-3$　**7.**B　**8.**6

9.-8　**易错点**：忽略一元二次方程根的意义导致出错.

10.解：(1)由根与系数的关系，得 $m+n=2(a+1),mn=a^2+5$.

因为 $(m-1)(n-1)=28$，即 $mn-m-n+1=28$，

所以 $a^2+5-2(a+1)+1=28$，化简，得 $a^2-2a-24=0$，

解得 $a_1=6,a_2=-4$.

因为 $\Delta=[-2(a+1)]^2-4(a^2+5)\geqslant0$，解得 $a\geqslant2$，

所以 a 的值为 6.

(2)分两种情况讨论：

①当 $m=7$ 或 $n=7$ 时，7 是该方程的一个根，另一个根为 $2(a+1)-7$ 或 $\frac{a^2+5}{7}$，则 $2(a+1)-7=\frac{a^2+5}{7}$，

解得 $a_1=10,a_2=4$.

由三角形的三边关系，得 $2(a+1)-7<7+7$，解得 $a<9.5$，

所以 $a=4$，此时 $2(a+1)-7=3$，$\triangle ABC$ 的周长为 $3+7+7=17$.

②当 $m=n$ 时，该方程有两个相等的实数根，

所以 $\Delta=[-2(a+1)]^2-4(a^2+5)=0$，所以 $a=2$，

所以 $m+n=2(a+1)=6<7$，不满足三角形的三边关系，

所以此种情况不存在.

综上所述，$\triangle ABC$ 的周长为 17.

21.3　实际问题与一元二次方程

第 1 课时　传播问题、数字问题与循环问题

1.$(1+x)$　$[1+x+x(1+x)]$　$1+x+x(1+x)=100$

$x_1=9,x_2=-11$(不合题意，舍去)　9

2.$x^2+x+1=73$

3.解：设每轮传染中平均一个人传染了 x 个人.

根据题意，得 $1+x+x(1+x)=169$.

解得 $x_1=12,x_2=-14$(不合题意，舍去).

答：每轮传染中平均一个人传染了 12 个人.

4.B　**5.**5

6.$(x-1)$　$(x-1)$　$x(x-1)$　$\frac{x(x-1)}{2}$　$\frac{x(x-1)}{2}=10$

7.$x(x-1)=1\,640$

8.解：(1)设应该邀请 x 支球队参加比赛.

根据题意，得 $\frac{1}{2}x(x-1)=55$.

解得 $x_1=11,x_2=-10$(不合题意，舍去).

答：应该邀请 11 支球队参加比赛.

(2)$3+\frac{1}{2}\times10\times9=48$(场).

答：实际共比赛 48 场.

9.512　**10.**20

11.解：设这个两位数十位上的数字为 x，则个位上的数字为 $6-x$.

根据题意，得 $10x+6-x=3x(6-x)$.

解得 $x_1=1,x_2=2$.

当 $x=1$ 时，$6-x=5$；

当 $x=2$ 时，$6-x=4$.

答：这个两位数是 15 或 24.

12.解：设增加了 x 行，则增加了 x 列.

根据题意，得 $(6+x)(8+x)-6\times8=51$.

整理，得 $x^2+14x-51=0$，

解得 $x_1=3,x_2=-17$(不合题意，舍去).

答：增加了 3 行.

13.解：(1)9　14

(2)由题意，得 $\frac{n(n-3)}{2}=35$.

整理，得 $n^2-3n-70=0$.

解得 $n_1=10,n_2=-7$(不合题意，舍去).

则边数 n 为 10.

(3)小明的说法不正确.理由如下：

设这个多边形的边数为 $a(a\geqslant3$，且 a 为整数).

由题意，得 $\frac{1}{2}a(a-3)=45$.

整理，得 $a^2-3a-90=0$.

解得 $a_1=\frac{3+3\sqrt{41}}{2}$(不合题意，舍去)，

$a_2=\frac{3-3\sqrt{41}}{2}$(不合题意，舍去).

所以小明的说法不正确.

第 2 课时　平均变化率问题与销售问题

1.C　**2.**20%

3.解：(1)设该商场每月投入资金的增长率为 x.

依题意，得 $20(1+x)^2=24.2$.

解得 $x_1=0.1=10\%,x_2=-2.1$(不合题意，舍去).

答：该商场每月投入资金的增长率为 10%.

(2)由题意，得 $24.2\times(1+10\%)=26.62$(万元).

答：该商场七月份投入资金将达到 26.62 万元.

4.$(x+3)$　$(4-0.5x)$　$(x+3)(4-0.5x)=15$

$x_1=2,x_2=3$　2 或 3

5.20

6.解：设每千克核桃应降价 x 元.

根据题意，得 $(30-20-x)(100+20x)=1\,080$.

整理，得 $x^2-5x+4=0$.

解得 $x_1=1,x_2=4$.

因为专卖店打算尽快减少这种核桃库存，所以 $x=4$.

答：每千克核桃应降价 4 元.

7.D

8.解：(1)设每年降价的百分率是 x.

根据题意，得 $1\,500(1-x)^2=1\,215$.

解得 $x_1=0.1=10\%,x_2=1.9$(不合题意，舍去).

答：每年降价的百分率为 10%.

(2)$1\,500\times(1-10\%)-1\,215=135$(元).

答：他多付了 135 元.

9.解：(1)设 y 与 x 之间的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$.

将 $(20,60),(80,0)$ 代入 $y=kx+b$，

得 $\begin{cases}20k+b=60,\\80k+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=80.\end{cases}$

所以 y 与 x 之间的解析式为 $y=-x+80(20\leqslant x\leqslant80)$.

(2)依题意，得 $(x-20)(-x+80)=800$.

整理，得 $x^2-100x+2\,400=0$.

解得 $x_1=40,x_2=60$.

答：销售单价应定为 40 元/个或 60 元/个.

10.解：(1)20

(2)若按定价进行销售，则每天利润为 $2\,500\times16\%\times8=3\,200$(元).

因为 $3\,200<5\,000$，

所以该超市要想使这种冰箱的销售利润平均每天达到 5 000 元，必须降价销售.

设每台冰箱降价 x 元，则销售每台冰箱的利润为 $(2\,500\times16\%-x)$ 元，每天的销售量为 $\left(8+\frac{x}{50}\times4\right)$ 台.

由题意，得 $(2\,500\times16\%-x)\left(8+\frac{x}{50}\times4\right)=5\,000$.

整理，得 $x^2-300x+22\,500=0$.

解得 $x_1=x_2=150$.

$2\,500\times(1+16\%)-150=2\,750$(元).

答：每台冰箱的售价应为 2 750 元.

第 3 课时　几何图形的面积问题

1.B　**2.**$(11-2x)(7-2x)=21$　**3.**12 cm

4.解：设活动场地垂直于墙的边长为 x m，则平行于墙的边长为 $(44-2x)$m.

依题意，得 $x(44-2x)=224$.

整理，得 $x^2-22x+112=0$.

解得 $x_1=8,x_2=14$.

当 $x=8$ 时，$44-2x=28>20$，不合题意，舍去.

当 $x=14$ 时，$44-2x=16<20$，符合题意.

答：活动场地的长为 16 m，宽为 14 m.

5.A　**6.**1

7.解：设车道的宽度为 x m，则停车位可合成长为 $(33-x)$m，宽为 $(20-x)$m 的矩形.

根据题意，得 $(33-x)(20-x)=510$.

整理，得 $x^2-53x+150=0$，

解得 $x_1=3,x_2=50$(不合题意，舍去).

答：车道的宽度为 3 m.

8.A　**9.**3

10.解：(1)设矩形 $ABCD$ 的边 $AB=x$ m，则边 $BC=70-2x+2=(72-2x)$m.

根据题意，得 $x(72-2x)=640$.

整理，得 $x^2-36x+320=0$.

解得 $x_1=16,x_2=20$.

当 $x=16$ 时，$72-2x=40$；

当 $x=20$ 时，$72-2x=32$.

答：当羊圈的长为 40 m，宽为 16 m 或长为 32 m，宽为 20 m 时，能围成一个面积为 640 m² 的羊圈.

(2)不能.理由如下：

假设羊圈的面积能达到 650 m²，设矩形 $ABCD$ 的边 $AB=y$ m，则边 $BC=70-2y+2=(72-2y)$m.

由题意，得 $y(72-2y)=650$.

整理，得 $y^2-36y+325=0$.

因为 $\Delta=(-36)^2-4\times1\times325=-4<0$，

所以该方程无实数根.

所以羊圈的面积不能达到 650 m².

11.解：(1)设经过 x s$(0<x\leqslant3.5)$后，$\triangle PBQ$ 的面积等于 4 cm²，

则 $AP=x$ cm，$BP=(5-x)$cm，$BQ=2x$ cm.

由 $S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}BP\cdot BQ=4$，得 $\frac{1}{2}(5-x)\times2x=4$.

解得 $x_1=1,x_2=4$(不合题意，舍去).

所以 1 s 后，$\triangle PBQ$ 的面积等于 4 cm².

(2)设经过 t s 后，PQ 的长度等于 5 cm，则 $AP=t$ cm，$BP=(5-t)$cm，$BQ=2t$ cm.

由 $PQ^2=BP^2+BQ^2$，得 $5^2=(5-t)^2+(2t)^2$.

解得 $t_1=0,t_2=2$，

所以 0 s 或 2 s 后，PQ 的长度等于 5 cm.

(3)不能.理由如下：

由题意，得 $\frac{1}{2}(5-x)\times2x=8$.

整理，得 $x^2-5x+8=0$.

因为 $\Delta=(-5)^2-4\times1\times8=-7<0$，

所以该方程无实数根，所以 $\triangle PBQ$ 的面积不能等于 8 cm².

专题 4　一元二次方程中的易错题

1.C　**2.**C　**3.**-1　**4.**$m>-\frac{1}{4}$ 且 $m\neq0$

5.解：(1)$x_1=1-\frac{\sqrt{7}}{2},x_2=1+\frac{\sqrt{7}}{2}$.

(2)$x_1=\frac{2}{3},x_2=2$.

6.-2

7.解：因为关于 x 的一元二次方程有两个实数根，

所以 $\Delta=4-4m\geqslant0$，所以 $m\leqslant1$.

由根与系数的关系可知 $\alpha+\beta=-2,\alpha\beta=m$.

因为 $m^2-3\alpha\beta+2(\alpha+\beta)=0$，所以 $m^2-3m+2\times(-2)=0$.

解得 $m_1=-1,m_2=4$.

因为 $m\leqslant1$，所以 $m=-1$.

8.17　**9.**5 m

数学活动　三角点阵中前 n 行的点数计算

解：(1)求前 n 行的点数和：$S=1+2+3+\cdots+n$.①

由①式倒序：$S=n+(n-1)+\cdots+2+1$.②

①+②,得 $2S=(1+n)+(2+n-1)+\cdots+(n+1)=n(n+1)$.

所以 $S=\frac{n(n+1)}{2}$,即前 n 行的点数和为$\frac{n(n+1)}{2}$.

当$\frac{n(n+1)}{2}=300$ 时,$n=24$ 或 $n=-25$(不合题意,舍去).

所以 300 是三角点阵中前 24 行的点数和.

(2)不能.理由如下:

求前 n 行的点数和:$S=1+3+5+\cdots+(2n-1)$.①

由①式倒序:$S=(2n-1)+(2n-3)+(2n-5)+\cdots+3+1$.②

①+②,得 $2S=2n+2n+\cdots+2n=2n\cdot n$.

所以 $S=n^2$,即前 n 行的点数和为 n^2.

当 $n^2=600$ 时,n 不是整数,

所以这个三角点阵中前 n 行的点数和不能是 600.

综合与实践　奶茶销售方案制定问题

解:任务 1:设每杯"芝士杨梅"的售价是 a 元,每杯"满杯杨梅"的售价是 b 元.

由题意,得$\begin{cases}30a+20b=1\,010,\\20a+30b=990,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=21,\\b=19.\end{cases}$

答:每杯"芝士杨梅"的售价是 21 元,每杯"满杯杨梅"的售价是 19 元.

任务 2:设该奶茶店"满杯杨梅"5 月份到 7 月份销售量的月平均增长率是 x.

由题意,得 $1\,280(1+x)^2=2\,000$.

解得 $x_1=-2.25$(不合题意,舍去),$x_2=0.25=25\%$.

答:该奶茶店"满杯杨梅"5 月份到 7 月份销售量的月平均增长率是 25%.

任务 3:设该款奶茶应该降价 m 元,则每杯的利润为$(21-m-9)$元,月销售量为$(1\,600+100m)$杯.

根据题意,得$(21-m-9)(1\,600+100m)=16\,000$.

解得 $m_1=-8$(不合题意,舍去),$m_2=4$.

答:该款奶茶应该降价 4 元.

第二十一章章末复习

【一题串起重难点】

(1)解:①6　②-20

③当 $k=6$ 时,原方程可变形为 $x^2-8x+12=0$.

移项,得 $x^2-8x=-12$.

配方,得 $x^2-8x+4^2=-12+4^2$,$(x-4)^2=4$.

由此可得 $x-4=\pm2$,$x_1=6$,$x_2=2$.

(2)解:方法一:设方程的另一个根为 m.

由根与系数的关系,得 $3+m=k+2$,$3m=2k$.

所以 $k=3$,$m=2$.

所以 k 的值为 3,方程的另一个根为 2.

方法二:把 $x=3$ 代入原方程,得 $9+2k=3(k+2)$.

解得 $k=3$.

则原方程可变形为 $x^2-5x+6=0$.

解得 $x_1=2$,$x_2=3$.

所以 k 的值为 3,方程的另一个根为 2.

(3)证明:因为 $\Delta=[-(k+2)]^2-4\times2k=k^2-4k+4=(k-2)^2\geqslant0$,

所以无论 k 取任何实数,方程总有实数根.

(4)解:分两种情况讨论:

①当 $a=b$ 时,$\Delta=0$,即$(k-2)^2=0$,所以 $k=2$.

原方程可变形为 $x^2-4x+4=0$.

解得 $x_1=x_2=2$.

因为 2,2,5 不能构成三角形,所以这种情况不存在.

②当 $a\neq b$ 时,设其中一个根 $a=5$.

由根与系数的关系,得 $5+b=k+2$,$5b=2k$,所以 $b=2$.

因为 2,5,5 能构成三角形,

所以等腰三角形的周长为 $2+5+5=12$.

综上所述,等腰三角形的周长为 12.

【考点整合与提升】

1.D　**2.**A　**3.**2　[变式题]-2　**4.**A

5.24　**易错点:**未考虑菱形的对角线长与边长的关系导致多解.

6.$x_1=-3$,$x_2=0$

7.解:(1)$x_1=3+\sqrt{13}$,$x_2=3-\sqrt{13}$.

(2)$x_1=\frac{5}{2}$,$x_2=-\frac{1}{2}$.

(3)$x_1=x_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(4)$x_1=-3$,$x_2=-1$.

8.C　**9.**C　**10.**A　**11.**C　**12.**$k\leqslant5$ 且 $k\neq1$　**13.**7

14.(1)证明:因为 $\Delta=[-(m+2)]^2-4\times1\times(m-1)=m^2+4m+4-4m+4=m^2+8>0$,所以无论 m 取何值,方程都有两个不等的实数根.

(2)解:由根与系数的关系,得 $x_1+x_2=m+2$,$x_1x_2=m-1$.

因为 $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=9$,即$(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=9$,

所以$(m+2)^2-3(m-1)=9$.

整理,得 $m^2+m-2=0$.

解得 $m_1=-2$,$m_2=1$.

所以 m 的值为-2 或 1.

15.B　**16.**20　**17.**10

18.解:(1)450

(2)设每千克水果售价为 x 元.

由题意,得$(x-40)[500-10(x-50)]=8\,750$.

解得 $x_1=65$,$x_2=75$.

答:每千克水果售价为 65 元或 75 元.

(3)月利润不能达到 10 000 元.理由如下:

若月利润能达到 10 000 元,设每千克水果售价为 m 元.

由题意,得$(m-40)[500-10(m-50)]=10\,000$.

整理得 $m^2-140m+5\,000=0$.

因为 $\Delta=(-140)^2-4\times1\times5\,000=-400<0$,

所以此方程无实数根,所以月利润不能达到 10 000 元.

第二十二章　二次函数

22.1　二次函数的图象和性质

22.1.1　二次函数

1.B　**2.**A　[变式题]3　**3.**3　±2

4.

函数解析式	是不是二次函数	二次项系数	一次项系数	常数项
$y=-4x^2+2x-3$	是	-4	2	-3
$y=-2x^2-7$	是	-2	0	-7
$y=x(x-1)$	是	1	-1	0
$y=(x+1)(x-1)-x^2$	不是			

5.D　**6.**B

7.解:(1)由题意,得 $y=\pi(4+x)^2-\pi\times4^2=\pi x^2+8\pi x$.

(2)y 是 x 的二次函数,二次项系数为 π,一次项系数为 8π,常数项为 0.

8.1　**9.**D　**10.**(1)-2　(2)-1

11.$S=4x^2-36x+80$　$0<x<4$

12.解:(1)y 与 x 之间的函数关系式为 $y=10x+150$.

(2)W 与 x 之间的函数关系式为 $W=(50-30-x)y=(50-30-x)(10x+150)=-10x^2+50x+3\,000$,$W$ 是 x 的二次函数.

13.解:(1)由题意可知,$AB=BC=CD=AD=4$ cm,$CE=CF=x$ cm,则 $BE=DF=(4-x)$cm.

所以 $y=S_{正方形ABCD}-S_{\triangle ABE}-S_{\triangle DAF}-S_{\triangle CEF}=BC^2-\frac{1}{2}AB\cdot BE-\frac{1}{2}AD\cdot DF-\frac{1}{2}CE\cdot CF=4^2-\frac{1}{2}\times4\times(4-x)-\frac{1}{2}\times4\times(4-x)-\frac{1}{2}\cdot x\cdot x=-\frac{1}{2}x^2+4x(0<x\leqslant4)$.

(2)不能.理由如下:

当 $y=9$ 时,$-\frac{1}{2}x^2+4x=9$,即 $x^2-8x+18=0$.

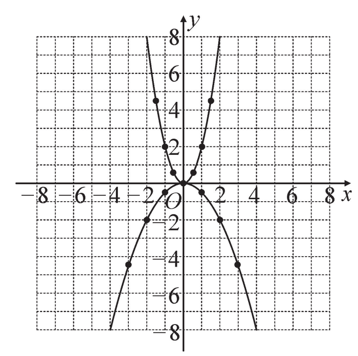
因为 $\Delta=(-8)^2-4\times1\times18=-8<0$,所以该方程无实数根.

所以$\triangle AEF$ 的面积不能为 9 cm^2.

22.1.2　二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

1.A　**2.**B　**3.**B　**4.**A　**5.**$k<-1$

6.解:画函数图象如图所示.



(1)函数 $y=2x^2$ 的图象开口向上,对称轴为 y 轴,顶点是(0,0).

函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的图象开口向下,对称轴为 y 轴,顶点是(0,0).

(2)上　低　(3)$\leqslant$　$=0$　大　0

7.B　**8.**A　[变式题组](1)>　(2)>　**9.**$0\leqslant y\leqslant4\sqrt{5}$

10.B　**11.**D　**12.**2π　**13.**$a>b>c>d$

14.解:(1)因为抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $A(-2,-8)$,

所以 $-8=4a$,所以 $a=-2$.所以 $y=-2x^2$.

当 $x=-1$ 时,$y=-2\times(-1)^2=-2\neq-4$,

所以点 $B(-1,-4)$不在此抛物线上.

(2)因为点 P 在此抛物线上,

所以 $-6=-2m^2$,所以 $m=\pm\sqrt{3}$.

又点 P 在第三象限,所以 $m<0$,所以 $P(-\sqrt{3},-6)$.

因为 $PQ\parallel x$ 轴,所以 $Q(\sqrt{3},-6)$,

所以 $PQ=2\sqrt{3}$.所以 $S_{\triangle POQ}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$.

15.解:(1)因为点 $A(2,4)$在抛物线 $y=ax^2$ 上,

所以 $4=4a$,解得 $a=1$.

所以抛物线的解析式为 $y=x^2$.

(2)因为四边形 $CDFE$ 为正方形,

所以 $CD\parallel EF$,$CD=EC=EF$.

又 $AB\perp y$ 轴,所以 $EF\perp y$ 轴,即 $EF\parallel x$ 轴.

设点 E 的横坐标为 $m(m>0)$.

因为点 E 在抛物线上,所以 $E(m,m^2)$.所以 $EF=2m$.

又 $AB\perp y$ 轴,$CE\perp x$ 轴,$A(2,4)$,

所以 $C(m,4)$.所以 $EC=4-m^2$.

因为 $EC=EF$,

所以 $4-m^2=2m$,解得 $m_1=-1-\sqrt{5}$(舍去),$m_2=-1+\sqrt{5}$.

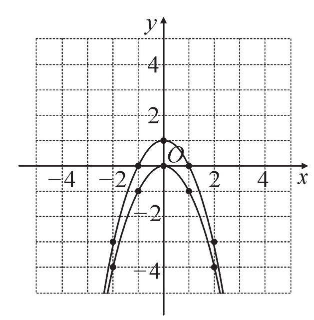
所以 $CD=EF=2m=-2+2\sqrt{5}$.

22.1.3　二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

第 1 课时　二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质

1.A　**2.**A　**3.**C　**4.**<　**5.**$a<2$　**6.**A　[变式题]下　5　**7.**C

8.解:画函数图象如图所示.



(1)向下平移 1 个单位长度.

(2)①$x>0$.　②$x<0$.

③当 $x=0$ 时,函数值 y 最大,最大值是 1.

④当$-2<x\leqslant1$ 时,y 的取值范围是$-3<y\leqslant1$.

9.±4

10.B　**易错点:**不能灵活运用平移规律而出错.

11.C　**12.**B　**13.**3　2　**14.**$y_2<y_1<y_3$

15.解:(1)当 $x=0$ 时,$y=-x^2+4=4$;

当 $y=0$ 时,$-x^2+4=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=-2$.

所以 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，$C(0,4)$.

(2)由(1)知 $OA=OB=2$，$OC=4$，所以 $AB=4$.

因为四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

所以 $CD=AB=4$.所以点 D 的坐标为$(-4,4)$.

设平移后抛物线的解析式为 $y=-x^2+b$.

因为抛物线 $y=-x^2+b$ 经过点 $D(-4,4)$，

所以 $-16+b=4$.所以 $b=20$.

所以平移后抛物线的解析式为 $y=-x^2+20$.

16.解：(1)设点 P 的坐标为$\left(m,\frac{1}{4}m^2+1\right)$.

因为点 F 的坐标为$(0,2)$，所以 $OF=2$.

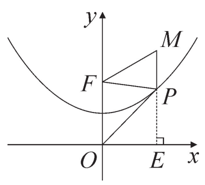
因为$\triangle POF$ 的面积为 4，所以$\frac{1}{2}\times2\times|m|=4$，

所以 $m=\pm4$.

当 $m=\pm4$ 时，$\frac{1}{4}m^2+1=5$，

所以点 P 的坐标为$(-4,5)$或$(4,5)$.

(2)如图，过点 M 作 $ME\perp x$ 轴于点 E，交抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+1$ 于点 P，此时$\triangle PMF$ 的周长最小，为 $ME+MF$.



因为 $F(0,2)$，$M(\sqrt{3},3)$，

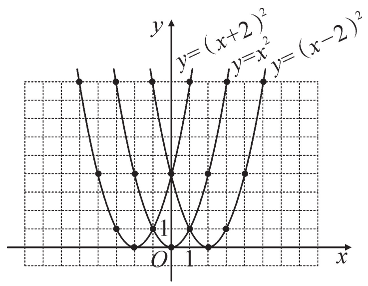
所以 $ME=3$，$MF=\sqrt{(\sqrt{3}-0)^2+(3-2)^2}=2$.

所以$\triangle PMF$ 周长的最小值为 $ME+MF=3+2=5$.

第 2 课时　二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质

1.B　**2.**D　**3.**B　**4.**<

5.解：(1)如图所示.



(2)填表：

抛物线	开口方向	对称轴	顶点
$y=x^2$	向上	y 轴	$(0,0)$
$y=(x+2)^2$	向上	直线 $x=-2$	$(-2,0)$
$y=(x-2)^2$	向上	直线 $x=2$	$(2,0)$

6.解：(1)因为二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象的对称轴是直线 $x=4$，所以 $y=a(x-4)^2$.

因为二次函数 $y=a(x-4)^2$ 的图象经过点$(3,6)$，

所以 $a\times(3-4)^2=6$，解得 $a=6$.

所以二次函数的解析式为 $y=6(x-4)^2$.

(2)当 $x>4$ 时，y 随 x 的增大而增大.

7.D　**8.**A　[变式题] $-5(x-3)^2$　**9.**D　**10.**D

11.$y_3>y_2>y_1$　**12.**$0<h<1$

13.解：(1)因为二次函数 $y=a(x+m)^2$ 的图象的顶点为$(-1,0)$，

所以 $m=1$，所以 $y=a(x+1)^2$.

把 $A\left(-2,-\frac{1}{2}\right)$代入，得 $a=-\frac{1}{2}$，

则这个二次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$.

(2)不在.理由：

把 $x=2$ 代入 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$，得

$y=-\frac{1}{2}\times(2+1)^2=-\frac{9}{2}\neq-2$.

所以点 $B(2,-2)$不在这个函数的图象上.

能通过左右平移函数图象，使它过点 $B(2,-2)$.

设平移后所得图象的函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x+1+n)^2$.

把 $B(2,-2)$代入，得$-2=-\frac{1}{2}(2+1+n)^2$，

解得 $n_1=-1$，$n_2=-5$，

所以将二次函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ 的图象向右平移 1 个单位长度或向右平移 5 个单位长度可过点 $B(2,-2)$.

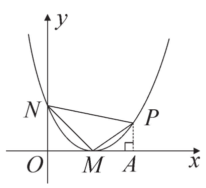
14.解：(1)由题意得 $M(4,0)$，$N(0,4)$.

由抛物线 $y=a(x-h)^2$ 可得顶点 $M(h,0)$，所以 $h=4$.

把 $N(0,4)$代入 $y=a(x-4)^2$，得 $16a=4$，所以 $a=\frac{1}{4}$.

所以抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{4}(x-4)^2$.

(2)如图，过点 P 作 $PA\perp x$ 轴于点 A.



设 $P(m,n)(m>4)$，

则 $S_{\triangle PMN}=S_{梯形PAON}-S_{\triangle MON}-S_{\triangle PAM}$，

所以$\frac{1}{2}m(n+4)-\frac{1}{2}\times4\times4-\frac{1}{2}n(m-4)=6$，

所以 $m+n=7$.①

又点 P 在抛物线上，所以$\frac{1}{4}(m-4)^2=n$.②

联立①②，得$\begin{cases}m+n=7,\\ \frac{1}{4}(m-4)^2=n,\end{cases}$可得 $m^2-4m-12=0$，

所以$\begin{cases}m=6,\\ n=1\end{cases}$或$\begin{cases}m=-2,\\ n=9\end{cases}$(不合题意，舍去).

所以点 P 的坐标为$(6,1)$.

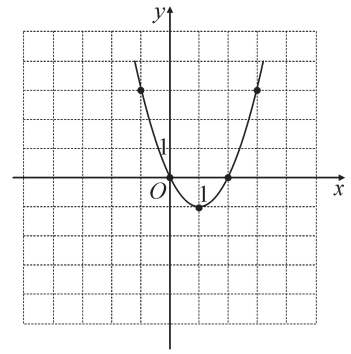
第 3 课时　二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

1.A　**2.**B　**3.**B　**4.**>-1　<-1　[变式题] 2

5.解：(1)填表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点、连线，画出抛物线如图.



(2)直线 $x=1$　$(1,-1)$　(3)>1　(4)$-1\leqslant y<3$

6.B　**7.**C　**8.**(1)$h\geqslant1$　(2)$h\leqslant1$　**9.**C

10.A　**11.**B　**12.**1

13.解：(1)因为抛物线 $y=-(x-1)^2+2.25$ 的顶点为$(1,2.25)$，

所以喷出的水流离地面的最大高度为 2.25 m.

(2)当 $x=0$ 时，$y=-(0-1)^2+2.25=1.25$，

所以喷嘴离地面的高度为 1.25 m.

(3)当 $y=0$ 时，$-(x-1)^2+2.25=0$，

解得 $x_1=-0.5$(不合题意，舍去)，$x_2=2.5$.

所以圆形喷水池的半径至少为 2.5 m 时，才能使喷出的水流不落在水池外.

14.(1)解：小明的说法对.理由如下：

因为二次函数 $y=\frac{1}{4}(x-2m)^2+3-4m$ 图象的顶点为$(2m,3-4m)$，

所以二次函数图象的顶点始终在直线 $y=-2x+3$ 上，故小明的说法对.

(2)证明：因为点 $P(a-2,t)$，$Q(a+4m,t)$都在该二次函数的图象上，所以对称轴为直线 $x=\frac{a-2+a+4m}{2}=2m$，

所以 $2a-2=0$，所以 $a=1$，所以 $P(-1,t)$，

所以 $t=\frac{1}{4}(-1-2m)^2+3-4m=\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+1$.

所以 $t\geqslant1$.

22.1.4　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

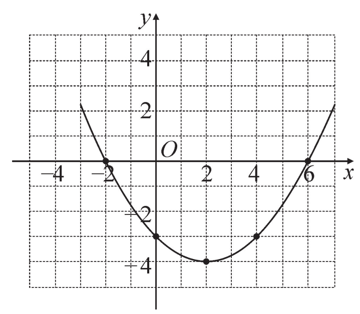
第 1 课时　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

1.B　**2.**$y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+3$　**3.**B　**4.**B　**5.**C　**6.**$y_1>y_2$

7.解：(1)$y=\frac{1}{4}x^2-x-3=\frac{1}{4}(x-2)^2-4$.

所以函数图象的顶点为$(2,-4)$，对称轴为直线 $x=2$，开口向上.

(2)画函数图象如图所示.



8.D　**9.**$(5,5)$　**10.**C　**11.**D　**12.**m_2，m_4

13.解：(1)由抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过坐标原点，可得 $c=0$.

由抛物线 $y=x^2+bx$ 经过点 $A(2,0)$，可得 $b=-2$，

所以此抛物线的解析式为 $y=x^2-2x$.

(2)$(1,-1)$　$x=1$

(3)因为 $OA=2$，$S_{\triangle OAB}=3$，所以$\frac{1}{2}\times2|y_B|=3$，

所以 $y_B=\pm3$.

因为 $y_{最小值}=-1$，所以 $y_B=3$.

令 $y=3$，则 $x^2-2x=3$，解得 $x_1=-1$，$x_2=3$.

故点 B 的坐标为$(-1,3)$或$(3,3)$.

14.解：(1)由二次函数解析式可知 $a=-1<0$，$b=6$，$c=-5$.

所以函数图象的开口向下，

对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2\times(-1)}=3$，

所以离对称轴距离越远，函数值越小.

所以当 $x=1$ 时，函数值最小，$y_{最小值}=-1^2+6-5=0$.

所以当 $1\leqslant x\leqslant4$ 时，函数的最小值是 0.

(2)配方解析式，得 $y=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$，

所以当 $x=3$ 时，函数有最大值，为 4.

令 $y=0$，则$-x^2+6x-5=0$，解得 $x_1=1$，$x_2=5$.

当 $n=1$ 时，$n+3=4$，则 $1\leqslant x\leqslant4$，

此时函数的最大值为 4，最小值为 0，符合题意；

当 $n+3=5$ 时，$n=2$，则 $2\leqslant x\leqslant5$，

此时函数的最大值为 4，最小值为 0，符合题意.

综上所述，n 的值为 1 或 2.

微专题　同一平面直角坐标系中的一次函数与二次函数图象

1.C　**2.**B　**3.**C　**4.**C

微专题　抛物线对称性的运用

1.D　**2.**直线 $x=2$　**3.**2　**4.**<

5.±4　**易错点**：*忽视对称轴在 y 轴左边或右边两种情况中的一种导致漏解.*

第 2 课时　用待定系数法求二次函数的解析式

1.C　**2.**(1)$y=x^2-5x+2$　(2)8

3.解：(1)因为二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象经过$(1,0)$，$(2,-1)$两点，

所以$\begin{cases}-1+b+c=0,\\ -4+2b+c=-1,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=2,\\ c=-1.\end{cases}$

所以此二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x-1$.

(2)当 $x=-2$ 时，$y=-4+(-4)-1=-9\neq-1$，

所以点 $A(-2,-1)$不在这个二次函数的图象上.

4.C　**5.**-2　-4

6.解：由图可设该二次函数的解析式为 $y=a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$.

将$(-1,0)$代入，得$\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2a+\frac{9}{4}=0$，解得 $a=-1$.

所以该二次函数的解析式为 $y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$，

即 $y=-x^2+x+2$.

7.D

8.解:由二次函数的图象经过点(2,0),(4,0),

可设二次函数的解析式为 $y=a(x-2)(x-4)$,

将(1,-3)代入,得 $a\times(-1)\times(-3)=-3$,

所以 $a=-1$,

所以二次函数的解析式为 $y=-(x-2)(x-4)$,

即 $y=-x^2+6x-8$.

9.B　10.A　11.$y=-\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x$

12.解:(1)把(1,-2),(-2,19)代入 $y=ax^2+bx+1$,得 $\begin{cases}a+b+1=-2,\\4a-2b+1=19,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=-5.\end{cases}$

(2)由(1)可得抛物线的解析式为 $y=2x^2-5x+1$,

可得其对称轴为直线 $x=\frac{5}{4}$.

因为 $A(m,p)$ 和 $B(n,p)$ 是抛物线上不同的两点,

所以 $m+n=\frac{5}{2}$.

又因为 $m-n=\frac{1}{2}$,

所以 $m=\frac{3}{2}$, $n=1$.

13.解:(1)因为 $y_1=-2x^2+4x+2=-2(x-1)^2+4$,

所以抛物线 C_1 的顶点为(1,4).

因为抛物线 C_1 与 C_2 为"友好抛物线",

所以抛物线 C_2 的顶点为(1,4),

所以 $\begin{cases}-\frac{m}{2\times(-1)}=1,\\-1+m+n=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=2,\\n=3.\end{cases}$

所以抛物线 C_2 的解析式为 $y_2=-x^2+2x+3$.

(2)令 $y_2=0$,则 $-x^2+2x+3=0$,解得 $x_1=3$, $x_2=-1$.

因为 A 是抛物线 C_2 上在第一象限内的动点,

所以 $0<x_A<3$.

设点 A 的坐标为 $(a,-a^2+2a+3)(0<a<3)$,

则 $AQ=-a^2+2a+3$, $OQ=a$,

所以 $AQ+OQ=-a^2+2a+3+a=-\left(a-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{21}{4}$.

所以当 $a=\frac{3}{2}$ 时,$AQ+OQ$ 有最大值 $\frac{21}{4}$.

此时 $-a^2+2a+3=-\left(\frac{3}{2}\right)^2+2\times\frac{3}{2}+3=\frac{15}{4}$,

即当 $AQ+OQ$ 取最大值时,点 A 的坐标为 $\left(\frac{3}{2},\frac{15}{4}\right)$.

专题 5　求二次函数的解析式

1.$y=\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$

2.解:(1)把(1,-2),(-2,13)代入 $y=ax^2+bx+1$,

得 $\begin{cases}a+b+1=-2,\\4a-2b+1=13,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=-4.\end{cases}$

(2)由(1)得抛物线的解析式为 $y=x^2-4x+1$.

把 $(5,y_1)$ 代入 $y=x^2-4x+1$,得 $y_1=6$,

所以 $y_2=12-y_1=6$.

因为 $y_1=y_2=6$,且抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-4}{2\times1}=2$,

所以 $m=2\times2-5=-1$.

3.$y=-(x-3)^2+4$

4.解:(1)因为抛物线经过点 $A(-1,1)$,$B(3,1)$,

所以抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{-1+3}{2}=1$.

因为函数的最小值为-3,

所以函数图象的顶点坐标为(1,-3).

(2)由(1)知函数图象的顶点坐标为(1,-3),

所以设函数的解析式为 $y=a(x-1)^2-3$.

把 $A(-1,1)$ 代入,得 $a\times(-1-1)^2-3=1$,解得 $a=1$,

所以函数的解析式为 $y=(x-1)^2-3$,即 $y=x^2-2x-2$.

5.$y=-2x^2+7x-3$

6.解:因为抛物线经过 x 轴上的点 $A(1,0)$,$B(-4,0)$,

所以可设该抛物线的解析式为 $y=a(x-1)(x+4)$.

因为该抛物线经过点 $C(2,1)$,

所以 $a\times(2-1)\times(2+4)=1$,解得 $a=\frac{1}{6}$.

所以该抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{6}(x-1)(x+4)$,

即 $y=\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}$.

7.A　8.$y=-(x-2)^2$　9.$y=-x^2-2$

22.2　二次函数与一元二次方程

1.B　2.$x_1=-2$,$x_2=5$　[变式题](5,0),(-3,0)

3.$c<\frac{1}{4}$　[变式题组](1)9　(2)$c>\frac{1}{4}$　4.D　5.B　6.D

7.B　8.3　9.2 或 -2　10.B　11.B　12.$-3<x<1$

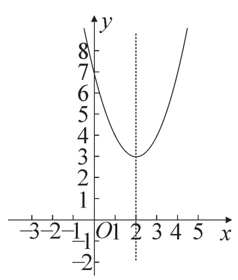
13.$c=0$ 或 1　易错点:忽略二次函数的图象过原点的情况.

14.解:(1)因为抛物线的对称轴为直线 $x=2$,所以设该抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2+b$.

因为该抛物线经过(1,4)和(0,7)两点,

所以 $\begin{cases}(1-2)^2a+b=4,\\(0-2)^2a+b=7,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=3.\end{cases}$

所以此抛物线的解析式为 $y=(x-2)^2+3$.



(2)①$3\leqslant y\leqslant7$　【解析】因为 $y=(x-2)^2+3$,所以抛物线开口向上,顶点坐标为(2,3),如图.因为 $2-0>3-2$,所以当 $x=0$ 时,y 取得最大值 7;当 $x=2$ 时,y 取得最小值 3.所以当 $0\leqslant x\leqslant3$ 时,y 的值所对应的范围是 $3\leqslant y\leqslant7$.

②因为抛物线的顶点为(2,3),且此抛物线向下平移 m 个单位长度后与 x 轴有公共点,所以 $3-m\leqslant0$,即 $m\geqslant3$.所以 m 的取值范围是 $m\geqslant3$.

15.解:(1)由图象可知,不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $-1<x<3$.

(2)由图象过点 $A(3,0)$,$B(-1,0)$,可得对称轴为直线 $x=\frac{3+(-1)}{2}=1$.

因为点 $C(0,3)$,所以点 C 关于对称轴的对称点为(2,3),且该点在二次函数的图象上,

所以不等式 $ax^2+bx+c<3$ 的解集为 $x<0$ 或 $x>2$.

(3)由题意设二次函数的解析式为 $y=a(x-3)(x+1)$,将 $C(0,3)$ 代入,可得 $a=-1$.

所以可得二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

因为 $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$,

所以二次函数 $y=-x^2+2x+3$ 的图象的顶点坐标为(1,4).

要使方程 $ax^2+bx+c=k$ 有两个不等的实数根,则 $k<4$.

专题 6　二次函数的图象与字母系数之间的关系

1.D　2.D　3.A　4.D　5.B　6.①③④

专题 7　与动点有关的函数图象信息题

1.B　2.A　3.C　4.A　5.1.2

22.3　实际问题与二次函数

第 1 课时　图形的面积问题

1.(1)4　大　16　(2)$\frac{1}{2}$　小　$\frac{9}{2}$

2.27　-5　3.C　4.B　5.144　6.450

7.解:设矩形养鸡场与墙垂直的一边长为 x m,矩形养鸡场的面积为 y m^2,则与墙平行的一边长为 $(47+1-2x)$m.

由题意可得 $y=x(47+1-2x)=-2x^2+48x=-2(x-12)^2+288$.

因为 $-2<0$,所以当 $x=12$ 时,y 有最大值 288.

当 $x=12$ 时,$47+1-2x=24<25$,符合题意.

所以养鸡场面积的最大值为 288 m^2.

8.C　9.3　18

10.解:(1)根据题意,得 $BC=22-3x+2=(24-3x)$(m),

所以 $S=x\cdot(24-3x)=-3x^2+24x$.

因为墙的最大可用长度为 14 m,

所以 $\begin{cases}x>0,\\22-3x>0,\\24-3x\leqslant14,\end{cases}$ 所以 $\frac{10}{3}\leqslant x<\frac{22}{3}$,

所以 $S=-3x^2+24x\left(\frac{10}{3}\leqslant x<\frac{22}{3}\right)$.

(2)因为花圃的面积刚好为 45 m^2,

所以 $-3x^2+24x=45$,

化简,得 $x^2-8x+15=0$,解得 $x_1=3$,$x_2=5$.

因为 $\frac{10}{3}\leqslant x<\frac{22}{3}$,所以 $x=5$.

答:边 AB 的长是 5 m.

(3)能.因为 $S=-3x^2+24x=-3(x-4)^2+48$,

且 $-3<0$,$\frac{10}{3}\leqslant x<\frac{22}{3}$,

所以当 $x=4$ 时,S 有最大值,最大值是 48.

此时 $AB=4$ m,$BC=24-3x=12$(m),

所以能围成比 45 m^2 更大的花圃,最大面积是 48 m^2,此时 $AB=4$ m,$BC=12$ m.

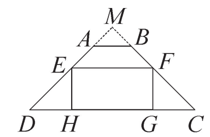
11.解:(1)①$10\sqrt{2}-2x$

②因为 $DG=x$,$FG=10\sqrt{2}-2x$,

所以 $S_{矩形DEFG}=DG\cdot FG=x\cdot(10\sqrt{2}-2x)=-2x^2+10\sqrt{2}x=-2\left(x-\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+25$.

因为 $-2<0$,$0<x<5\sqrt{2}$,

所以当 $x=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 时,矩形 $DEFG$ 的面积最大,最大面积是 25.



②

(2)如图②,延长 DA,CB 交于点 M.

根据题意,易知△CDM,△EFM,△DEH 均为等腰直角三角形.

所以易得 $EF=\sqrt{2}EM$.

因为 $CD=200$ m,

所以易得 $DM=100\sqrt{2}$ m.

设 $EH=x$ m,则易得 $DE=\sqrt{2}EH=\sqrt{2}x$ m,$0<x\leqslant80$.

所以 $EM=DM-DE=(100\sqrt{2}-\sqrt{2}x)$m,

所以 $EF=\sqrt{2}EM=(200-2x)$m,

所以 $S_{矩形EFGH}=EH\cdot EF=x(200-2x)=-2x^2+200x=-2(x-50)^2+5\,000$.

因为 $-2<0$,$0<x\leqslant80$,

所以当 $x=50$ 时,四边形 $EFGH$ 的面积最大,为 5 000 m^2.

答:修建的矩形停车场的最大面积为 5 000 m^2.

第 2 课时　最大利润问题

1.B　2.25

3.解:(1)设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$.

由题图可知,函数图象过点(25,50)和点(35,30),

把这两点的坐标代入一次函数 $y=kx+b$,

得 $\begin{cases}25k+b=50,\\35k+b=30,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=100.\end{cases}$

所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-2x+100$.

(2)根据题意,得 $w=(x-10)(-2x+100)$.

整理,得 $w=-2(x-30)^2+800$.

因为 $-2<0$,

所以当 $x=30$ 时,w 有最大值,最大值为 800.

所以当玩具的销售单价定为 30 元时,日销售利润最大,最大利润是 800 元.

4.C

5.解:设每箱胡辣汤料在利润为 50 元的基础上降价 x 元,该网店一个月销售胡辣汤料的总利润为 w 元.

由题意,得 $w=(50-x)(600+20x)=-20x^2+400x+30\,000=-20(x-10)^2+32\,000$.

因为 $-20<0$,

所以当 $x=10$ 时,w 最大,最大值为 32 000.

因此,该网店一个月销售胡辣汤料可获得的最大总利润为 32 000 元.

6.420　14 440

7.解：(1)根据题意，得 $w=(x-20)[250-10(x-25)]=-10x^2+700x-10\ 000$.

所以 w 与 x 之间的函数关系式为 $w=-10x^2+700x-10\ 000$.

(2)$w=-10x^2+700x-10\ 000=-10(x-35)^2+2\ 250$.

因为 $-10<0$，所以当 $x=35$ 时，w 最大，最大值为 2 250.

答：当销售单价为 35 元时，该水杯每天的销售利润最大.

(3)方案B的最大利润较大.理由如下：

由(2)可知，$w=-10(x-35)^2+2\ 250$，根据题意可知，方案A中 x 的取值范围为 $25\leqslant x\leqslant 25+5$，即 $25\leqslant x\leqslant 30$，

所以当 $x=30$ 时，w 最大，最大值为 $-10\times(30-35)^2+2\ 250=2\ 000$.

方案B中 x 的取值范围为 $x\geqslant 20+16$，即 $x\geqslant 36$.

所以当 $x=36$ 时，w 最大，最大值为 $-10\times(36-35)^2+2\ 250=2\ 240$.

因为 $2\ 240>2\ 000$，所以方案B的最大利润较大.

8.解：(1)设 $y=kx+b(k\neq 0)$.

将 $x=12,y=56;x=14,y=52$ 分别代入，

得 $\begin{cases}12k+b=56,\\14k+b=52.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=80.\end{cases}$

所以 y 与 x 的函数解析式为 $y=-2x+80$.

(2)设日销售利润为 w 元.

根据题意，得 $w=(x-10)(-2x+80)=-2x^2+100x-800=-2(x-25)^2+450$.

因为 $-2<0$，所以当 $x=25$ 时，w 取得最大值，最大值是 450.

因此，糖果的销售单价定为 25 元时，所获日销售利润最大，最大利润是 450 元.

(3)根据题意，得 $w=(x-10-m)(-2x+80)=-2x^2+(100+2m)x-800-80m$.

因为获得的日销售利润最大为 392 元，

所以 $\dfrac{4\times(-2)\times(-800-80m)-(100+2m)^2}{4\times(-2)}=392$.

整理，得 $m^2-60m+116=0$.

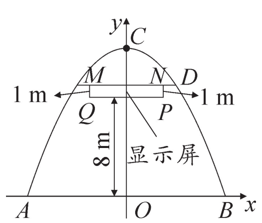
解得 $m_1=2,m_2=58$(不合题意，舍去).

所以 $m=2$.

第3课时　实物抛物线问题

1.4　2.$4\sqrt{2}$

3.解：如图，建立平面直角坐标系.



由题意知顶点 $C(0,12)$，可设抛物线的解析式为 $y=mx^2+12$.

因为点 $B(8,0)$在抛物线上，

所以 $64m+12=0$，

所以 $m=-\dfrac{3}{16}$，所以抛物线的解析式为 $y=-\dfrac{3}{16}x^2+12$.

因为显示屏底部距离地面至少 8 m，

所以令 $y=8+1=9$，所以 $-\dfrac{3}{16}x^2+12=9$，

解得 $x_1=4,x_2=-4$，所以 $D(4,9)$.

因为显示屏两侧距离墙壁需各留至少 1 m 的维修空间，所以矩形显示屏 $MNPQ$ 的宽 PQ 最大为 $2\times(4-1)=6$(m).

4.$\dfrac{3}{2}$　5.4

6.解：(1)将表格中的数据代入关系式，

得 $\begin{cases}100a+10b=3,\\225a+15b=7.5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=0.04,\\b=-0.1.\end{cases}$

所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=0.04x^2-0.1x$.

(2)此次刹车后不会发生碰撞.理由如下：

当 $x=20$ 时，$y=0.04\times 20^2-0.1\times 20=14<15$.

所以此次刹车后不会发生碰撞.

7.B

8.解：(1)$\dfrac{v_0}{10}$

(2)当 $t=\dfrac{v_0}{10}$ 时，$h=-5\left(\dfrac{v_0}{10}\right)^2+v_0\cdot\dfrac{v_0}{10}=20$.

解得 $v_{01}=20,v_{02}=-20$(不合题意，舍去).

答：小球被发射时的速度是 20 m/s.

(3)小明的说法不正确.理由如下：

由(2)得 $h=-5t^2+20t$.

当 $h=15$ 时，$15=-5t^2+20t$.

解得 $t_1=1,t_2=3$.

因为 $3-1=2$(s)，所以小明的说法不正确.

9.解：(1)$y_1=-\dfrac{1}{8}x^2+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$　6

(2)因为抛物线 y_1 的对称轴为直线 $x=2$，

所以点(0,1.5)关于该对称轴的对称点为(4,1.5).

所以结合题意，可得抛物线 y_2 可以由抛物线 y_1 向左平移 4 m 得到.

所以点 C 向左平移 4 m 即可得到点 B.

由(1)易得点 C 的坐标为(6,0)，所以点 B 的坐标为(2,0).

(3)当 $BD=1$ m 时，洒水车行驶时喷出的水不能浇灌到整个绿化带.【**解析**】因为 $B(2,0)$，所以 $OB=2$ m.所以 $OE=OB+BD+DE=2+1+3=6$(m).所以 $F(6,0.5)$.当 $x=6$ 时，$y_1=0$.因为 $0.5>0$，所以当 $BD=1$ m 时，洒水车行驶时喷出的水不能浇灌到整个绿化带.

专题8　二次函数的实际应用问题

1.解：(1)①$c=1.8,n=7.4$.

②当 $y_1=2.7$ 时，$-\dfrac{1}{10}x^2+x+1.8=2.7$，

整理得 $x^2-10x+9=0$，

解得 $x_1=9>8$(不合题意，舍去)，$x_2=1$；

当 $y_2=2.7$ 时，$-\dfrac{1}{2}x+7.4=2.7$，解得 $x=9.4$.

因为 $9.4>1$，所以小明最多距离围栏 9.4 m 时，纸飞机可以顺利飞过围栏.

(2)当直线 $y_2=-\dfrac{1}{2}x+n$ 经过点(16,0)时，

$-\dfrac{1}{2}\times 16+n=0$，解得 $n=8$，所以 $y_2=-\dfrac{1}{2}x+8$.

当 $x=8$ 时，$y_2=4$，

所以抛物线 $y_1=-\dfrac{1}{10}x^2+x+c$ 经过点(8,4)，

所以 $-\dfrac{1}{10}\times 8^2+8+c=4$，解得 $c=2.4$.

所以 c 的最大值为 2.4.

2.解：(1)设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$.

因为 $x=40$ 时，$y=164$；$x=50$ 时，$y=124$，

所以 $\begin{cases}40k+b=164,\\50k+b=124,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-4,\\b=324.\end{cases}$

所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-4x+324(30\leqslant x\leqslant 80$，且 x 是整数).

(2)根据题意，得 $w=(-4x+324)\cdot x-2\ 000=-4x^2+324x-2\ 000=-4(x-40.5)^2+4\ 561$.

因为 $30\leqslant x\leqslant 80$，且 x 是整数，

所以当 $x=40$ 或 41 时，w 最大，最大为 4 560.

答：该影院将电影票售价定为 40 或 41 元时，每天获利最大，最大利润是 4 560 元.

3.解：(1)因为宽 $AB=x$ m，则长 $BC=(24-3x)$m，

所以 $S=x(24-3x)=-3x^2+24x$.

因为 $x>0$，且 $10\geqslant 24-3x\geqslant x$，所以 $\dfrac{14}{3}\leqslant x\leqslant 6$.

所以 S 与 x 之间的函数关系式为 $S=-3x^2+24x\left(\dfrac{14}{3}\leqslant x\leqslant 6\right)$.

(2)$S=-3x^2+24x=-3(x^2-8x)=-3(x-4)^2+48$.

因为 $-3<0$，所以当 $x>4$ 时，y 随 x 的增大而减小.

因为 $\dfrac{14}{3}\leqslant x\leqslant 6$，所以当 $x=\dfrac{14}{3}$ 时，S 有最大值，最大值为 $\dfrac{140}{3}$，

所以花圃 $ABCD$ 能围成的最大面积为 $\dfrac{140}{3}$ m²，此时 $x=\dfrac{14}{3}$.

(3)$\dfrac{17}{3}$　9

4.解：(1)由于抛物线 C_1,C_2 都过点 $A(-3,0),B(3,0)$，可设抛物线 C_1 的解析式为 $y=a_1(x-3)(x+3)$，抛物线 C_2 的解析式为 $y=a_2(x-3)(x+3)$.

因为抛物线 C_1 还经过点 $D(0,-3)$，

所以 $-3=a_1(0-3)(0+3)$，

解得 $a_1=\dfrac{1}{3}$，即抛物线 C_1：$y=\dfrac{1}{3}x^2-3(-3\leqslant x\leqslant 3)$.

因为抛物线 C_2 还经过点 $C(0,1)$，所以 $1=a_2(0-3)(0+3)$.

解得 $a_2=-\dfrac{1}{9}$，即抛物线 C_2：$y=-\dfrac{1}{9}x^2+1(-3\leqslant x\leqslant 3)$.

(2)当炒菜锅里的水位高度为 1 dm 时，$y=-2$，

即 $\dfrac{1}{3}x^2-3=-2$，解得 $x_1=\sqrt{3},x_2=-\sqrt{3}$.

所以此时水面的直径为 $\sqrt{3}-(-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$(dm).

(3)锅盖不能正常盖上.理由如下：

当 $x=\dfrac{3}{2}$ 时，抛物线 C_1：$y=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-3=-\dfrac{9}{4}$，抛物线 C_2：$y=-\dfrac{1}{9}\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+1=\dfrac{3}{4}$，则 $\dfrac{3}{4}-\left(-\dfrac{9}{4}\right)=3$.

因为 $3<3.2$，所以锅盖不能正常盖上.

专题9　二次函数的最值及函数值的取值范围

k　y_1　y_1　k　y_1　k　k　y_1

1.B　2.(1)$3<y<9$　(2)$1\leqslant y<9$　(3)$3<y\leqslant 19$

3.6　4.2　5.$x<0$ 或 $x>4$　6.C　7.D

专题10　二次函数中的代数综合

1.(1)解：当 $m=-1$ 时，二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 的图象经过点(1,0)和(−3,0)，

所以 $\begin{cases}a+b+3=0,\\9a-3b+3=0.\end{cases}$

解这个方程组，得 $\begin{cases}a=-1,\\b=-2.\end{cases}$

所以 a 的值是 −1，b 的值是 −2.

(2)证明：由题意，可知 $-m,3m$ 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+3=0$ 的两个根，所以 $-m+3m=-\dfrac{b}{a}$，$-m\cdot 3m=\dfrac{3}{a}$，

即 $m=-\dfrac{b}{2a}$，$m^2=-\dfrac{1}{a}$，所以 $\left(-\dfrac{b}{2a}\right)^2=-\dfrac{1}{a}$，

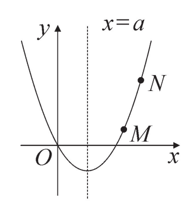
即 $b^2=-4a$，所以 $b^2+4a=0$.

2.解：(1)将 $a=1$ 代入，得 $y=x^2-2x=(x-1)^2-1$，所以抛物线的顶点坐标为(1,−1).

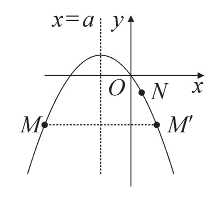
(2)如图①，当 $a>0$ 时，点 $M(x_1,y_1)$ 和 $N(x_2,y_2)$ 都在对称轴(直线 $x=a$)右侧，此时 y 随 x 的增大而增大.

因为 $y_1<y_2$，所以 $x_1<x_2$.

所以 $3a<3$.所以 $0<a<1$.



①



②

②如图②，当 $a<0$ 时，点 $M(x_1,y_1)$ 在对称轴左侧，点 $N(x_2,y_2)$ 在对称轴右侧，点 $M(3a,y_1)$ 关于对称轴的对称点 $M'(-a,y_1)$ 在对称轴右侧，在对称轴右侧，y 随 x 的增大而减小.

因为 $y_1<y_2$，所以 $-a>4$.

所以 $a<-4$.

综上，$0<a<1$ 或 $a<-4$.

3.解：(1)(1,2)　(3,6)或(−1,−2)

(2)联立二次函数的解析式和 $y=2x$，得 $x^2+3x+2-c=2x$，

即 $x^2+x+2-c=0$，则 $\Delta=1-4(2-c)>0$，所以 $c>\dfrac{7}{4}$.

(3)联立 $y=2x$ 和 $y=x^2+m$，得 $x^2+m=2x$，

即 $x^2-2x+m=0$，则 $\Delta=4-4m=0$，

所以 $m=1$，所以点 $A(1,2)$.

联立 $y=2x$ 和 $y=x^2-2nx-x+4n+2$，

得 $2x=x^2-2nx-x+4n+2$，所以 $x=2$ 或 $2n+1$.

因为 $n>1$，点 B 在点 C 的左侧，

即点 B,C 的坐标分别为$(2,4),(2n+1,4n+2)$.

由点 A,B,C 的坐标,得 $AB=\sqrt{5}$,

$BC=\sqrt{5}(2n-1)$.

由 $BC=3AB$,得$\sqrt{5}(2n-1)=3\sqrt{5}$,

解得 $n=2$.

综上所述,m 的值为 1,n 的值为 2.

专题 11 二次函数与几何综合

1.解:(1)因为直线 $l:y=-3x-3$ 与 x 轴、y 轴分别相交于 A,B 两点,令 $x=0$,得 $y=-3$;令 $y=0$,得 $0=-3x-3$,解得 $x=-1$,

所以 $A(-1,0)$,$B(0,-3)$.

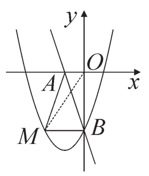
把点 $B(0,-3)$代入 $y=ax^2+2ax+a-4$,得 $a-4=-3$,

解得 $a=1$.

所以抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$.

(2)4

(3)如图,连接 OM.



因为点 M 是抛物线 $y=x^2+2x-3$ 上的一个动点,且横坐标为 m,

所以点 M 的坐标为(m,m^2+2m-3).

因为当 $y=0$ 时,$x^2+2x-3=0$,

解得 $x_1=-3,x_2=1$.

所以抛物线与 x 轴的两个交点坐标为$(-3,0),(1,0)$.

因为点 M 在第三象限内,所以$-3<m<0$.

由(1)可知 $OA=1,OB=3$.

因为 $S=S_{四边形OAMB}=S_{\triangle OBM}+S_{\triangle OAM}=\frac{1}{2}\times(-m)\times3+\frac{1}{2}\times1\times(-m^2-2m+3)$,

所以 $S=-\frac{1}{2}m^2-\frac{5}{2}m+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}\left(m+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{37}{8}$.

因为$-\frac{1}{2}<0$,所以当 $m=-\frac{5}{2}$时,S 取得最大值$\frac{37}{8}$.

因此,S 与 m 之间的函数关系式为 $S=-\frac{1}{2}m^2-\frac{5}{2}m+\frac{3}{2}$,

S 的最大值为$\frac{37}{8}$.

2.解:(1)将 $A(-1,0)$,$B(3,0)$代入 $y=-x^2+bx+c$,

得$\begin{cases}-1-b+c=0,\\-9+3b+c=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=2,\\c=3,\end{cases}$

所以该抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2)抛物线上存在点 P,使得$\triangle BCP$ 是以 BC 为直角边的直角三角形.

令 $x=0$,则 $y=3$,所以 $C(0,3)$,所以 $OB=OC=3$,

所以易得$\angle OBC=\angle OCB=45°$.

设 $P(t,-t^2+2t+3)$.

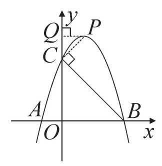
①如图①,当点 C 为直角三角形的直角顶点时,过点 C 作 $CP\perp BC$交抛物线于点 P,过点 P 作 $PQ\perp y$ 轴于点 Q,

所以$\angle QCP=45°$,所以易得 $CQ=PQ=t$,

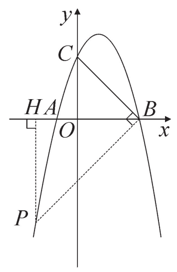
所以 $P(t,3+t)$,所以 $3+t=-t^2+2t+3$,

解得 $t_1=0$(不合题意,舍去),$t_2=1$,

所以 $3+t=4$,所以 $P(1,4)$;



①



②

②如图②,当点 B 为直角三角形的直角顶点时,过点 B 作 $BP\perp BC$交抛物线于点 P,过点 P 作 $PH\perp x$ 轴于点 H,

所以$\angle OBP=45°$,所以易得 $HP=BH=3-t$,

所以 $P(t,t-3)$,所以 $t-3=-t^2+2t+3$,

解得 $t_1=3$(不合题意,舍去),$t_2=-2$,

所以 $t-3=-5$,所以 $P(-2,-5)$.

综上所述,点 P 的坐标为$(1,4)$或$(-2,-5)$.

专题 12 二次函数中的易错题

1.3 **2.**1 **3.**C **4.**B **5.**$-2\leqslant y<16$ **6.**C **7.**C

8.$\pm4\sqrt{3}$或 0 **9.**$(-1,0)$或$(-2,0)$

10.解:(1)将$(-3,0)$,$(-2,-3)$代入 $y=x^2+bx+c$,

得$\begin{cases}9-3b+c=0,\\4-2b+c=-3,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=2,\\c=-3.\end{cases}$

所以 $y=x^2+2x-3$.

(2)因为 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$,

所以抛物线的对称轴为直线 $x=-1$.

因为点 A 的坐标为$(-3,0)$,所以点 B 的坐标为$(1,0)$.

所以 $AB=4$.

因为$\triangle ABP$ 的面积为 6,

所以 $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}AB\cdot|y_P|=2|y_P|=6$,所以 $y_P=\pm3$.

把 $y=3$ 代入 $y=x^2+2x-3$,

得 $3=x^2+2x-3$,解得 $x_1=-1+\sqrt{7}$,$x_2=-1-\sqrt{7}$.

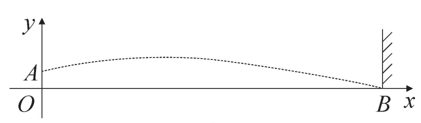
把 $y=-3$ 代入 $y=x^2+2x-3$,

得$-3=x^2+2x-3$,解得 $x_1=0$,$x_2=-2$.

所以点 P 的坐标为$(-1+\sqrt{7},3)$或$(-1-\sqrt{7},3)$或$(0,-3)$或$(-2,-3)$.

综合与实践 如何设计喷灌器喷水口的升降方案

解:(1)平面直角坐标系的建立不唯一,如:如图②,以点 O 为坐标原点,OB 所在直线为 x 轴,OA 所在直线为 y 轴建立平面直角坐标系.



②

设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2+0.45$.

把 $A(0,0.25)$代入,得 $a(0-2)^2+0.45=0.25$,

所以 $a=-\frac{1}{20}$.所以抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{20}(x-2)^2+0.45$.

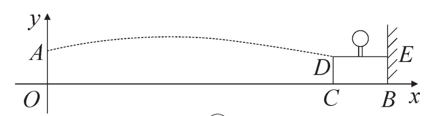
(2)令 $y=0$,得$-\frac{1}{20}(x-2)^2+0.45=0$,

解得 $x_1=5$,$x_2=-1$(舍去).

所以 $B(5,0)$,所以 $OB=5$.

故喷灌器 OA 与围墙的水平距离为 5 m.

(3)h 的取值范围是 0.442 m$\leqslant h\leqslant$0.65 m. 【解析】如图③,由题意得 $CD=0.4$ m,$BC=0.8$ m,所以 $D(4.2,0.4)$,$E(5,0.4)$.设升降后抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{20}(x-2)^2+k$.当经过点 D 时,把 $D(4.2,0.4)$代入,得$-\frac{1}{20}\times(4.2-2)^2+k=0.4$,所以 $k=0.642$.所以 $y=-\frac{1}{20}(x-2)^2+0.642$.当 $x=0$ 时,$y=0.442$,所以 $h_{最小}=0.442$ m.当经过点 E 时,把 $E(5,0.4)$代入,得$-\frac{1}{20}\times(5-2)^2+k=0.4$,所以 $k=0.85$.所以 $y=-\frac{1}{20}(x-2)^2+0.85$.当 $x=0$ 时,$y=0.65$,所以 $h_{最大}=0.65$ m.综上所述,h 的取值范围为 0.442 m$\leqslant h\leqslant$0.65 m.



③

第二十二章章末复习

【一题串起重难点】

解:(1)①$(x+2)^2-1$ ②上 $x=-2$ $(-2,-1)$

③小 -1 ④减小 ⑤2 $(-1,0)$,$(-3,0)$ $(0,3)$

(2)①$>$ $<$ ②7 $-2a$ ③x^2-2x-1

④$y=(x-4)^2-1$

⑤$y_4>y_5>y_3$ ⑥$(3,2)$ $x<0$或 $x>3$ ⑦3

⑧由题意,可得直线 CD 的解析式为 $y=x-1$.

设 $P(m,m^2-2m-1)$,则 $Q(m,m-1)$,且 $0<m<3$,

所以 $PQ=(m-1)-(m^2-2m-1)=-m^2+3m=-\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$.

所以当 $m=\frac{3}{2}$时,PQ 最大,最大值为$\frac{9}{4}$.

所以 PQ 的最大值为$\frac{9}{4}$.

【考点整合与提升】

1.A **2.**B **3.**D **4.**A **5.**A **6.**①③④ **7.**A

8.$(3,1)$ **9.**$y=x^2-4x+3$ **10.**$y=-2x^2+4x-1$

11.解:(1)因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $CD\parallel AB$,$CD=AB=2$.

因为点 D 的坐标是$(0,-4)$,所以点 C 的坐标为$(2,-4)$.

因为点 C 为抛物线的顶点,

所以抛物线的解析式可设为 $y=a(x-2)^2-4$,且抛物线的对称轴为直线 $x=2$.

因为 $AB=2$,

所以点 A 的坐标为$(1,0)$,点 B 的坐标为$(3,0)$.

当 $x=1$ 时,$y=0$,即 $a(1-2)^2-4=0$,解得 $a=4$.

所以抛物线的解析式为 $y=4(x-2)^2-4$,

即 $y=4x^2-16x+12$.

(2)当 $x=3$ 时,$y=4\times3^2-16\times3+12=0\neq8$,

所以点 $P(3,8)$不在此抛物线上.

12.B **13.**$-2\leqslant x\leqslant1$ **14.**$k\geqslant3$ **15.**D **16.**A **17.**150

18.解:(1)①根据题意得抛物线的解析式为 $y=a(x-12)^2+5$.

因为 $OA=2$ m,所以 $A(2,0)$.

所以 $100a+5=0$,解得 $a=-\frac{1}{20}$.

所以 y 与 x 的关系式为 $y=-\frac{1}{20}(x-12)^2+5$.

②当 $y=3.2$ 时,$-\frac{1}{20}(x-12)^2+5=3.2$,

解得 $x_1=18$,$x_2=6$.

$20-18=2$(m),$20-6=14$(m).

答:足球与对方球门的水平距离为 2 m 或 14 m.

(2)a 的取值范围为$-\frac{5}{64}<a<-\frac{1}{25}$. 【解析】当 $x=10$ 时,$a(x-12)^2+5=a(10-12)^2+5>1.76$,所以 $a>-0.81$.当 $x=20$ 时,$a(x-12)^2+5=a(20-12)^2+5<2.44$,且 $a(20-12)^2+5>0$,所以$-\frac{5}{64}<a<-\frac{1}{25}$.所以 a 的取值范围为$-\frac{5}{64}<a<-\frac{1}{25}$.

第二十三章 旋转

23.1 图形的旋转

第 1 课时 旋转的概念及性质

1.C **2.**A

3.(1)点 O $\angle AOA'$和$\angle BOB'$

(2)点 B' (3)$\angle A'$ 线段 OB'

4.B **5.**B **6.**30 100 **7.**50°

8.解:(1)点 A 90

(2)∵四边形 $ABCD$ 是正方形,∴$\angle D=90°$.

∵$AD=4$,$DE=1$,

∴$AE=\sqrt{DE^2+AD^2}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$.

由旋转可知 $AF=AE=\sqrt{17}$,$\angle EAF=90°$.

∴$EF=\sqrt{AE^2+AF^2}=\sqrt{(\sqrt{17})^2+(\sqrt{17})^2}=\sqrt{34}$.

9.C **10.**B **11.**$3\sqrt{3}$ **12.**125°

13.(1)解:由旋转的性质,得$\angle ADE=\angle B=70°$,$AD=AB$.

∴$\angle ADB=\angle B=70°$.

∴$\angle CDE=180°-\angle ADB-\angle ADE=40°$.

(2)证明:由旋转的性质,得 $AE=AC$,$\angle E=\angle C=30°$,$\angle DAE=\angle BAC$.

∴$\angle DAE-\angle DAC=\angle BAC-\angle DAC$,即$\angle CAE=\angle BAD$.

由(1)知$\angle ADB=\angle B=70°$,

∴$\angle BAC=180°-\angle B-\angle C=80°$,$\angle BAD=180°-\angle ADB-\angle B=40°$.

∴$\angle CAE=40°$，$\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=40°$，

∴$\angle CAE=\angle DAC$.

∴$\triangle AOE\cong\triangle ADC$(ASA)，∴$OE=DC$.

14. 解：(1)①∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=\sqrt{2}$，$BC=2$，

∴$DC=AB=\sqrt{2}$，$\angle D=90°$.

由旋转的性质，得 $EC=BC=2$，

∴$DE=\sqrt{EC^2-DC^2}=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$.

②由①知 $DE=DC$，∴$\angle DEC=\angle DCE=45°$.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$BC\parallel AD$，

∴$\angle BCE=\angle DEC=45°$.

∴旋转角的度数为 $45°$.

(2)由旋转的性质，得 $FC=AC$，$\angle FEC=\angle B=90°$，$\angle FCE=\angle ACB$，∴$CE\perp AF$，∴$\angle ACG=\angle FCE=\angle ACB$.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$BC\parallel AD$，$AD=BC=2$.

∴$\angle CAG=\angle ACB$，$DG=AD-AG=2-AG$.

∴$\angle ACG=\angle CAG$.∴$CG=AG$.

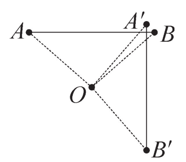
∵$DC^2+DG^2=CG^2$，∴$(\sqrt{2})^2+(2-AG)^2=AG^2$，

∴$AG=\frac{3}{2}$.∴AG 的长为 $\frac{3}{2}$.

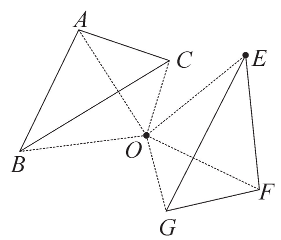
第2课时　旋转作图

1. D

2. 解：如图，$A'B'$ 即为所求.



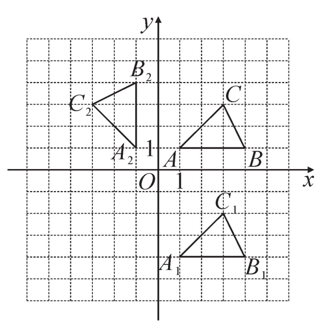
3. 解：如图，点 A 的对应点为点 F，点 C 的对应点为点 G，$\triangle FEG$ 即为旋转后的三角形.



4. A　**5.** A

6. 解：(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

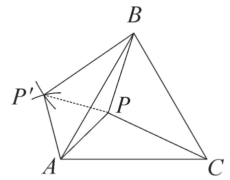
(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求，点 C_2 的坐标是 $(-3,3)$.



7. 60　180　**8.** $(-2,0)$或$(2,10)$

9. D　**10.** B　**11.** 5

12. 解：(1)如图，$\triangle P'AB$ 即为所求.



(2)如图，连接 PP'.

∵$\triangle PAC$ 绕点 A 逆时针旋转 $60°$ 得到$\triangle P'AB$，∴$\angle PAP'=60°$，$P'A=PA=6$，$P'B=PC=10$.

∴$\triangle PAP'$ 为等边三角形.∴$PP'=PA=6$，$\angle APP'=60°$.

在$\triangle BPP'$中，$P'B=10$，$PB=8$，$PP'=6$，∴$PP'^2+PB^2=P'B^2$.

∴$\triangle BPP'$ 为直角三角形，且 $\angle BPP'=90°$.

∴$\angle APB=\angle BPP'+\angle APP'=90°+60°=150°$.

∴点 P 与点 P' 之间的距离为 6，$\angle APB$ 的度数为 $150°$.

微专题　确定旋转中心的位置

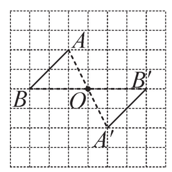
1. C　**2.** $(4,2)$

23.2　中心对称

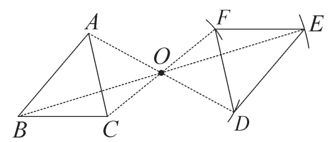
23.2.1　中心对称

1. C　**2.** O　平分　形状　相等　全等　**3.** B

4. 解：(1)(2)画图分别如图①②所示.



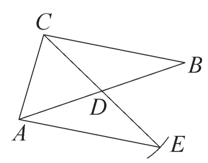
①



②

5. B　**6.** $2\sqrt{2}$　**7.** 4.5

8. 解：(1)如图所示.

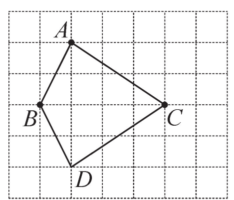


(2)$1<CD<3$.【解析】由题意得 $AE=BC=4$，$CD=DE$，∴$AE-AC<CE<AE+AC$，即 $2<CE<6$.∵$CE=2CD$，∴$1<CD<3$.

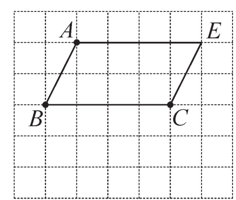
23.2.2　中心对称图形

1. B　**2.** C　**3.** 3　15

4. 解：(1)如图①，四边形 $ABDC$ 即为所求(答案不唯一).



①

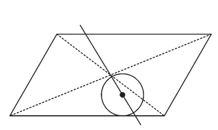


②

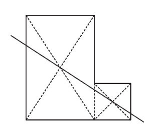
(2)如图②，四边形 $ABCE$ 即为所求(答案不唯一).

5. C　**6.** C　**7.** 24

8. 解：如图所示(图②中的方法不唯一).



①



②

23.2.3　关于原点对称的点的坐标

1. B　[变式题] A　**2.** D　**3.** D　**4.** $(-2,2)$　**5.** -1　**6.** -2

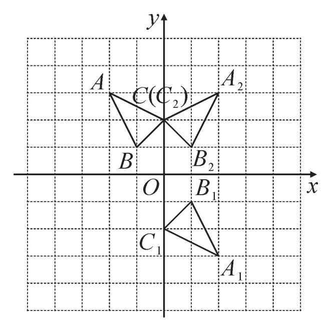
7. 解：由题意得点 $M(2+m,m-1)$ 关于原点的对称点为$(-2-m,1-m)$.

∵点$(-2-m,1-m)$在第二象限，∴$\begin{cases}-2-m<0,\\1-m>0,\end{cases}$

解得 $-2<m<1$.即 m 的取值范围为 $-2<m<1$.

8. 解：(1)$\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示，点 A_1 的坐标为$(2,-3)$.

(2)$\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示.



(3)$S_{\triangle A_1B_1C_1}=2\times2-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times1\times1-\frac{1}{2}\times1\times2=\frac{3}{2}$.

9. B　**10.** C　**11.** D　**12.** 2　**13.** $y=-x^2+x-2$

14. 解：(1)∵$AB\parallel CD\parallel x$ 轴，$A(-1,1)$，$C(1,-1)$，

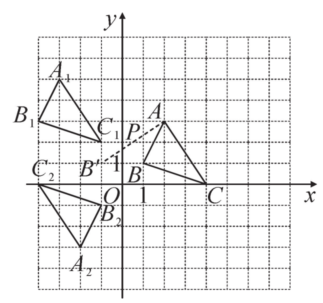
∴点 B，D 的纵坐标分别是 1，-1.

∵$AB=CD=3$，∴$B(2,1)$，$D(-2,-1)$.

(2)∵$A(-1,1)$，$C(1,-1)$，即点 A 与点 C 的横、纵坐标分别互为相反数，∴点 A 与点 C 关于原点对称.

同理，点 B 与点 D 关于原点对称.

15. 解：(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

(3)如图，点 P 即为所求，$P\left(0,\frac{5}{3}\right)$.

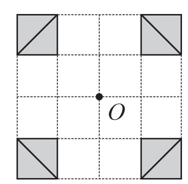
16. (1)D　(2)B

23.3　课题学习　图案设计

1. C　**2.** C　**3.** 120(答案不唯一，满足 $120m$，m 为正整数即可)

4. (1)②　(2)③　(3)①　**5.** B　**6.** C

7. 解：如图所示.(答案不唯一)



专题13　利用旋转进行计算

1. A　**2.** $30°$　**3.** $65°$　**4.** $70°$　**5.** $24°$　**6.** A　**7.** 1

8. $3\sqrt{3}-3$　**9.** $2\sqrt{3}$　**10.** $\sqrt{2}$　**11.** $(5,2)$

专题14　旋转中常见的几何模型

1. 解：(1)$AE=DC$　$60°$

(2)$AE=DC$，$\angle AFD=60°$.证明如下：

∵$\triangle ABD$ 和$\triangle CBE$ 是等边三角形，

∴$BA=BD$，$BE=BC$，$\angle ABD=\angle EBC=60°$.

∴$\angle ABD-\angle DBE=\angle EBC-\angle DBE$，即$\angle EBA=\angle CBD$.

∴$\triangle EBA\cong\triangle CBD$(SAS).∴$AE=DC$，$\angle EAB=\angle CDB$.

∵$\angle CDB+\angle AFD=\angle EAB+\angle ABD$，

∴$\angle AFD=\angle ABD=60°$.

2. 解：(1)$CE=BD$　$CE\perp BD$

(2)(1)中的结论还成立.证明过程如下：

由旋转的性质，得$\angle CAE=\angle BAD$.

又 $AC=AB$，$AE=AD$，∴$\triangle CAE\cong\triangle BAD$(SAS).

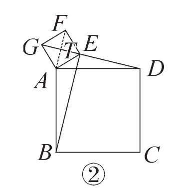
∴$CE=BD$，$\angle ACE=\angle ABD$.

∵$\angle BAC+\angle ACE=\angle BFC+\angle ABD$，

∴$\angle BFC=\angle BAC=90°$.∴$CE\perp BD$.

3. 解：(1)$BE=DG$，$BE\perp DG$

(2)如图②，连接 AF 交 DG 于点 T.



②

∵四边形 $AEFG$ 是正方形，且边长为 2，

∴$AF\perp EG$，$AF=EG=2\sqrt{2}$.

∴$AT=FT=TG=TE=\sqrt{2}$.

∴$DT=\sqrt{AD^2-AT^2}=\sqrt{6^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{34}$.

∴$DG=TG+DT=\sqrt{2}+\sqrt{34}$.

4. (1)证明：由旋转的性质，得$\angle DAN=\angle BAE$，$AN=AE$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，∴$\angle DAB=90°$.

∵$\angle MAN=45°$，∴$\angle MAE=\angle BAE+\angle BAM=\angle DAN+\angle BAM=\angle DAB-\angle MAN=45°$.∴$\angle MAE=\angle MAN$.

又 $AM=AM$，∴$\triangle AEM\cong\triangle ANM$(SAS).

(2)解：设正方形 $ABCD$ 的边长为 x.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$CD=BC=x$，$\angle C=\angle D=\angle ABM=90°$.

∴$CM=BC-BM=x-3$，$CN=CD-DN=x-2$.

由旋转的性质，得 $BE=DN=2$，$\angle ABE=\angle D=90°$.

∴$\angle ABM+\angle ABE=180°$.

∴点 E，B，M 在同一直线上.∴$ME=BM+BE=3+2=5$.

∵$\triangle AEM\cong\triangle ANM$，∴$ME=MN=5$.

在 Rt$\triangle CMN$ 中，$MN^2=CM^2+CN^2$，∴$5^2=(x-3)^2+(x-2)^2$，

解得 $x_1=6$，$x_2=-1$(不合题意，舍去).

∴正方形 $ABCD$ 的边长为 6.

5. (1)证明：∵$\angle BAC=90°$，$\angle EAD=45°$，

∴$\angle BAE+\angle DAC=45°$.

∵将$\triangle ADC$绕点A顺时针旋转90°得到$\triangle AFB$，

∴$\angle FAB=\angle DAC$，$AF=AD$，

∴$\angle EAF=\angle FAB+\angle BAE=\angle DAC+\angle BAE=45^\circ$.

∴$\angle EAF=\angle EAD$.

又$AE=AE$，∴$\triangle AEF\cong\triangle AED$(SAS)，∴$EF=ED$.

(2)解：∵$AB=AC=2\sqrt{2}$，$\angle BAC=90^\circ$，

∴$\angle ABC=\angle ACB=45^\circ$，$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4$.

∵$CD=1$，∴$BD=BC-CD=3$.

∴$BE=BD-ED=3-EF$.

由旋转的性质，得$\angle ABF=\angle ACB=45^\circ$，$BF=CD=1$，

∴$\angle EBF=\angle ABF+\angle ABC=90^\circ$.

∴$BF^2+BE^2=EF^2$.∴$1^2+(3-EF)^2=EF^2$.

∴$EF=\frac{5}{3}$.

6.解：$EF=BE+DF$.理由如下：

∵$\angle BAD=120^\circ$，$\angle C=60^\circ$，

∴$\angle ABC+\angle D=360^\circ-120^\circ-60^\circ=180^\circ$.

∵把$\triangle ADF$绕点A顺时针旋转得$\triangle ABM$，

∴$BM=DF$，$AM=AF$，$\angle ABM=\angle D$，$\angle MAF=\angle BAD=120^\circ$，

∴$\angle ABM+\angle ABC=180^\circ$，即点$M$，$B$，$E$在同一直线上.

∵$\angle EAF=60^\circ$，

∴$\angle EAM=\angle MAF-\angle EAF=120^\circ-60^\circ=60^\circ$.

∴$\angle EAM=\angle EAF$.

又$AE=AE$，∴$\triangle EAM\cong\triangle EAF$(SAS).

∴$EF=EM=BE+BM=BE+DF$.

7.解：∵将$\triangle APC$绕点A顺时针旋转60°得到$\triangle AP'B$，

∴$AP'=AP=3$，$P'B=PC=4$，$\angle AP'B=\angle APC=150^\circ$，$\angle P'AP=60^\circ$.

∴$\triangle APP'$是等边三角形.∴$P'P=3$，$\angle AP'P=60^\circ$.

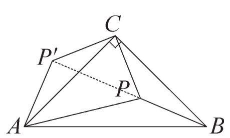
∴$\angle BP'P=\angle AP'B-\angle AP'P=90^\circ$.

∴$PB=\sqrt{P'B^2+P'P^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

8.解：∵$\triangle ABC$是等腰直角三角形，

∴$AC=BC$.

如图，将$\triangle CBP$绕点C顺时针旋转90°得到$\triangle CAP'$，连接PP'，则$\angle PCP'=\angle ACB=90^\circ$，$P'C=PC=2\sqrt{2}$，



$P'A=PB$，$\angle AP'C=\angle BPC=135^\circ$，

∴$\triangle CPP'$是等腰直角三角形.∴$\angle CPP'=\angle CP'P=45^\circ$，

$PP'=\sqrt{P'C^2+PC^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4$.

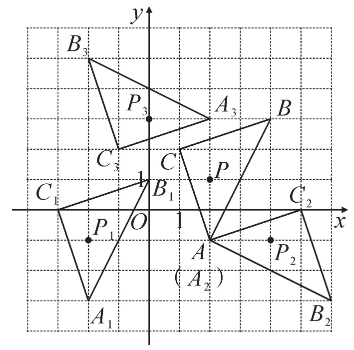
∴$\angle AP'P=\angle AP'C-\angle CP'P=135^\circ-45^\circ=90^\circ$.

∴$PB=P'A=\sqrt{PA^2-PP'^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

第二十三章章末复习

【一题串起重难点】

解：(1)①$\triangle A_1B_1C_1$如图①所示.



①

②设点P的坐标为(a,b).∵点P与点P_1关于原点对称，

∴点P_1的坐标为$(-a,-b)$.

由题意，得$\begin{cases}a-4=-a,\\b-2=-b.\end{cases}$解这个方程组，得$\begin{cases}a=2,\\b=1.\end{cases}$

∴点P的坐标为$(2,1)$，点P_1的坐标为$(-2,-1)$，

点P和点P_1的位置如图①所示.

(2)$\triangle A_2B_2C_2$和点P_2的位置如图①所示. $(4,-1)$

(3)$\triangle A_3B_3C_3$和点P_3的位置如图①所示. $(0,3)$

(4)由网格图易得，$AC=BC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，∴$AC^2+BC^2=AB^2$.

∴$\triangle ABC$为等腰直角三角形，且$\angle ACB=90^\circ$.∴$\angle A=\angle B=45^\circ$.

∵$A'B'\perp AC$，∴$\angle A'GC=90^\circ$.

由旋转的性质，得$\angle A'=\angle A=45^\circ$，$A'C=AC=\sqrt{10}$.

∴$\angle A'CA=180^\circ-\angle A'GC-\angle A'=180^\circ-90^\circ-45^\circ=45^\circ$，

即旋转角α为45°.

∴$\angle A'=\angle A'CG=45^\circ$.∴$A'G=CG$.

∵$A'C=\sqrt{10}$，∴易得$CG=\sqrt{5}$.∴$AG=AC-CG=\sqrt{10}-\sqrt{5}$.

∵旋转角α为45°，∴$\angle BCB'=45^\circ$.

又$\angle ACB=90^\circ$，∴CB'为$\angle ACB$的平分线.

又$\triangle ABC$为等腰直角三角形，

∴CH为AB边上的中线，H为AB的中点.

又点A和点B的坐标分别为$(2,-1)$和$(4,3)$，

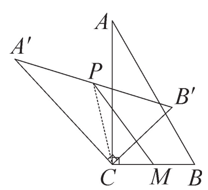
∴易得点H的坐标为$(3,1)$.

综上所述，旋转角α为45°，AG的长为$\sqrt{10}-\sqrt{5}$，点H的坐标为$(3,1)$.

【考点整合与提升】

1.B **2.**D **3.**D **4.**B **5.**A **6.**$\frac{3}{8}$

7.6 【解析】如图，连接CP，易知$CP=\frac{1}{2}A'B'$.由题意，得$A'B'=AB=2BC=8$，$CM=\frac{1}{2}BC=2$，∴$CP=4$.∵$CP+CM\geq PM$，∴当M，C，P三点在同一直线上(点C在点P，M之间)时，PM最大，即PM的最大值为$4+2=6$.



8.(1)证明：∵$\triangle AEF$是由$\triangle ABC$绕点A逆时针旋转得到的，

∴$AE=AB$，$AF=AC$，$\angle BAE=\angle CAF$.

∵$AB=AC$，∴$AE=AF$.∴$\triangle ABE\cong\triangle ACF$(SAS).∴$BE=CF$.

(2)解：由(1)知$\triangle ABE\cong\triangle ACF$，∴$\angle ABE=\angle ACF$.

∵$\angle BDC+\angle ACF=\angle BAC+\angle ABE$，

∴$\angle BDC=\angle BAC=50^\circ$.

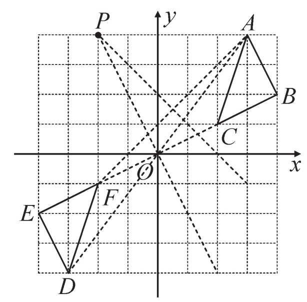
9.C **10.**A **11.**D **12.**$\frac{1}{3}<m<2$ **13.**$(2,-1)$ **14.**B **15.**D

16.$(-2,3)$ **17.**$(1,-\sqrt{3})$

18.解：(1)如图所示.

(2)如图，$\triangle DEF$即为所求.

(3)$(-2,4)$ 【解析】如图，连接AF，BE，分别作线段AF，BE的垂直平分线，相交于点P，则线段AB绕点P顺时针旋转90°可与线段FE重合，∴点P的坐标为$(-2,4)$.



第二十四章 圆

24.1 圆的有关性质

24.1.1 圆

1.C **2.**相等 半径 **3.**C **4.**C

5.MP，MN MN $\overset{\frown}{MNP}$，$\overset{\frown}{NMP}$ $\overset{\frown}{MP}$，$\overset{\frown}{NP}$ 2

6.C **7.**4 **8.**40

9.证明：∵OA，OB是$\odot O$的两条半径，∴$OA=OB$.

∵C，D分别是半径OA，OB的中点，

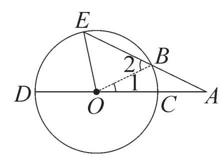
∴$OC=\frac{1}{2}OA$，$OD=\frac{1}{2}OB$，即$OC=OD$.

在$\triangle ODA$和$\triangle OCB$中，$\begin{cases}OA=OB,\\\angle O=\angle O,\\OD=OC,\end{cases}$

∴$\triangle ODA\cong\triangle OCB$(SAS).∴$AD=BC$.

10.B **11.**B **12.**A **13.**4

14.解：如图，连接OB.



∵$AB=OC$，$OB=OC$，

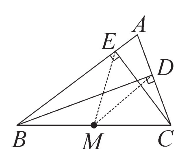
∴$AB=OB$.∴$\angle 1=\angle A$.

又$OB=OE$，

∴$\angle E=\angle 2=\angle 1+\angle A=2\angle A$.

∵$\angle DOE=\angle E+\angle A=3\angle A=78^\circ$.∴$\angle A=26^\circ$.

15.证明：如图，连接ME，MD.



∵BD，CE分别是$\triangle ABC$的高，

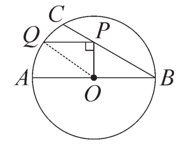
∴$\angle BDC=\angle BEC=90^\circ$.

又M为BC的中点，

∴$ME=MD=MC=MB=\frac{1}{2}BC$.

∴点B，C，D，E在以点M为圆心的同一个圆上.

16.解：(1)如图，连接OQ.



∵$AB=6$，∴$OB=OQ=3$.

∵$PQ\parallel AB$，$OP\perp PQ$，∴$OP\perp AB$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OBP$中，∵$\angle ABC=30^\circ$，

∴$PB=2OP$.

由勾股定理，得$OB^2+OP^2=PB^2$，即$3^2+OP^2=(2OP)^2$，

∴$OP=\sqrt{3}$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OPQ$中，∵$OP=\sqrt{3}$，$OQ=3$，

∴$PQ=\sqrt{OQ^2-OP^2}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$.

(2)在$\mathrm{Rt}\triangle OPQ$中，$PQ=\sqrt{OQ^2-OP^2}=\sqrt{9-OP^2}$.

当OP的长最小时，PQ的长最大，

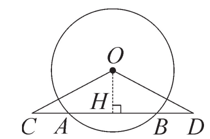
此时$OP\perp BC$，则$OP=\frac{1}{2}OB=\frac{3}{2}$.

∴PQ长的最大值为$\sqrt{9-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

24.1.2 垂直于弦的直径

1.C **2.**B **3.**B **4.**$2\sqrt{3}$

5.证明：如图，过点O作$OH\perp AB$于点H，



则$AH=BH$.

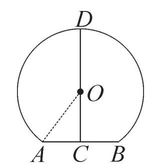
∵$OC=OD$，$OH\perp AB$，

∴$CH=DH$.

∴$CH-AH=DH-BH$，即$AC=BD$.

6.D **7.**4 **8.**B

9.解：如图②，连接OA.



②

设该月洞门所在圆的半径$OA=OD=r$ m.

∵$AB=2$ m，∴$AC=\frac{1}{2}AB=1$ m.

∵$CD=3$ m，∴$OC=CD-OD=(3-r)$m.

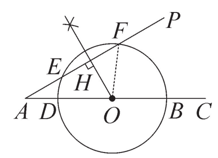
在$\mathrm{Rt}\triangle ACO$中，由勾股定理，得$AC^2+OC^2=OA^2$，

即$1^2+(3-r)^2=r^2$，∴$r=\frac{5}{3}$.

∴该月洞门所在圆的半径是$\frac{5}{3}$ m.

10.1或7 **11.**B **12.**C **13.**4 **14.**$3+\sqrt{3}$

15.解：(1)尺规作图如图所示.



∵$DB=10$ cm，∴$OD=\frac{1}{2}DB=5$ cm.

∴$OA=AD+OD=3+5=8$(cm).

在$\mathrm{Rt}\triangle OAH$中，∵$\angle OAH=30^\circ$，

∴$OH=\frac{1}{2}OA=4$ cm.

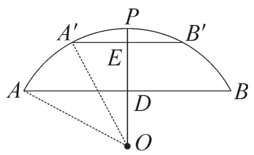
(2)如图，连接OF，则$OF=5$ cm.

∵$OH\perp EF$，∴$EH=FH$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OHF$中，$FH=\sqrt{OF^2-OH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm).

∴$EF=2FH=6$ cm.

16.解:(1)如图,连接 OA.



由题意,得 $OP\perp AB$,

∴$AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times60=30$(m).

∵$PD=18$ m,∴$OD=OP-PD=(r-18)$m.

在 Rt△ADO 中,由勾股定理,得 $OA^2=AD^2+OD^2$,

即 $r^2=30^2+(r-18)^2$,解得 $r=34$.

因此,圆弧所在的圆的半径 r 的长为 34 m.

(2)如图,连接 OA'.

由题意,得 $OE=OP-PE=34-4=30$(m),$OP\perp A'B'$,

∴$A'E=B'E$.

在 Rt△$A'EO$ 中,由勾股定理,得 $OA'^2=A'E^2+OE^2$,

∴$A'E=\sqrt{OA'^2-OE^2}=\sqrt{34^2-30^2}=16$(m).

∴$A'B'=2A'E=32$ m.

∵$32>30$,∴不需要采取紧急措施.

24.1.3 弧、弦、圆心角

1.B 2.60 3.60° 4.A 5.54 6.70° 7.60°

8.证明:∵$AC=BD$,

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$.∴$\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{BC}$,

即 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$.∴$AB=CD$.

9.证明:∵$OD\parallel BC$,∴$\angle AOD=\angle B$,$\angle COD=\angle OCB$.

∵$OB=OC$,∴$\angle B=\angle OCB$.

∴$\angle AOD=\angle COD$.∴$AD=DC$.

10.B 11.B 12.C 13.$\sqrt{2}$

14.(1)证明:∵$\angle AOB=\angle COD$,∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$.

∴$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}$,即 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$.

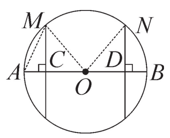
(2)解:∵$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$,∴$AC=BD=10$.

∵OB 为⊙O 的半径,E 为 AC 的中点,

∴$AE=\frac{1}{2}AC=5$,$OE\perp AC$.

在 Rt△AEO 中,$OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$.

15.(1)证明:如图,连接 OM,ON.



∵$AC=BD$,$OA=OB$,

∴$OA-AC=OB-BD$,即 $OC=OD$.

∵$MC\perp AB$,$ND\perp AB$,

∴$\angle OCM=\angle ODN=90°$.

在 Rt△OCM 和 Rt△ODN 中,$\begin{cases}OM=ON,\\OC=OD,\end{cases}$

∴Rt△OCM≌Rt△ODN(HL).

∴$\angle AOM=\angle BON$.∴$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{BN}$.

(2)解:$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{MN}=\overset{\frown}{BN}$ 成立.理由如下:

如图,连接 AM.∵C 为 OA 的中点,$MC\perp AB$,

∴MC 垂直平分 OA.∴$AM=OM$.

又 $OA=OM$,∴$AM=OM=OA$.

∴△OAM 是等边三角形.∴$\angle AOM=60°$.

同理可得 $\angle BON=60°$.

∴$\angle MON=180°-\angle AOM-\angle BON=180°-60°-60°=60°$.

∴$\angle AOM=\angle MON=\angle BON$.∴$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{MN}=\overset{\frown}{BN}$.

24.1.4 圆周角

第1课时 圆周角定理及其推论

1.B 2.$\angle BDC$ $\angle CBD$,$\angle CAD$ 3.C 4.A 5.3 6.D

7.C [变式题] D 8.28 9.6.5 cm

10.解:∵AB 是⊙O 的直径,∴$\angle ACB=\angle ADB=90°$.

∵点 D 在⊙O 上,且平分 $\overset{\frown}{AB}$,

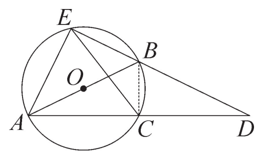
∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$.∴$AD=BD=5\sqrt{2}$.

∴$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=10$.

∵$AC=6$,∴$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

11.D 12.$\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 13.90 14.2

15.(1)证明:如图,连接 BC.



∵AB 是⊙O 的直径,

∴$\angle ACB=90°$,即 $BC\perp AD$.

∵$CD=AC$,∴BC 垂直平分 AD.

∴$AB=BD$.∴$\angle BAC=\angle D$.

∵$\angle BAC=\angle CED$,∴$\angle D=\angle CED$.∴$CD=CE$.

(2)解:由(1)知 $\angle BAC=\angle D$,且 $\angle D=26°$,∴$\angle BAC=26°$.

∵$\angle ABE$ 是△ABD 的一个外角,

∴$\angle ABE=\angle BAC+\angle D=52°$.

∵AB 是⊙O 的直径,∴$\angle AEB=90°$.

∴$\angle BAE=90°-\angle ABE=90°-52°=38°$.

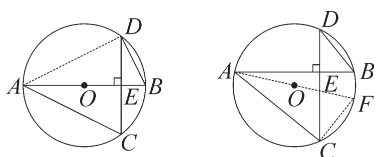
16.解:(1)如图①,连接 AD.

∵AB 为直径,∴$\angle ADB=90°$.

∵$AB\perp CD$,∴$DE=CE$,∴AB 垂直平分 CD.

∴$AD=AC=4$.

在 Rt△ADB 中,$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.



① ②

(2)小慧的说法正确.理由如下:

如图②,连接 AO 并延长,交⊙O 于点 F,连接 CF.

∵AF 为直径,∴$\angle ACF=90°$,即 $\angle ACD+\angle FCD=90°$.

∵$AB\perp CD$,∴$\angle B+\angle D=90°$.

又 $\angle B=\angle ACD$,∴$\angle D=\angle FCD$.

易得 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DF}$,∴$\overset{\frown}{BC}-\overset{\frown}{BF}=\overset{\frown}{DF}-\overset{\frown}{BF}$,即 $\overset{\frown}{CF}=\overset{\frown}{BD}$,

∴$CF=BD=2$.

在 Rt△ACF 中,$AF=\sqrt{AC^2+CF^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

∴⊙O 的直径的长度不变.∴小慧的说法正确.

第2课时 圆内接四边形

1.C 2.B 3.C 4.A [变式题] D 5.50 6.100°

7.解:由题意可设 $\angle A=(4x)°$,则 $\angle B=(3x)°$,$\angle C=(5x)°$.

∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O,

∴$\angle B+\angle D=180°$,$\angle A+\angle C=180°$.

∴$4x+5x=180$,解得 $x=20$.

∴$\angle B=(3x)°=60°$.∴$\angle D=180°-\angle B=180°-60°=120°$.

8.证明:∵四边形 $ABCD$ 为⊙O 的内接四边形,

∴$\angle BCD+\angle BAD=180°$.

∵$\angle EAD+\angle BAD=180°$,∴$\angle BCD=\angle EAD$.

又 $\angle EAD=\angle BAC$,∴$\angle BAC=\angle BCD$.

又 $\angle BDC=\angle BAC$,∴$\angle BDC=\angle BCD$.

∴$BC=BD$.

9.30°或150° 10.C 11.B 12.$(-\sqrt{3},1)$ 13.160°

14.(1)解:∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O,

∴$\angle BAD+\angle C=180°$.

∵$\angle C=130°$,∴$\angle BAD=180°-\angle C=50°$.

∵$AB=AD$,∴$\angle ABD=\frac{1}{2}(180°-\angle BAD)=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$.

∵四边形 $ABDE$ 内接于⊙O,∴$\angle ABD+\angle E=180°$.

∴$\angle E=180°-\angle ABD=180°-65°=115°$.

(2)证明:∵四边形 $ABDE$ 和四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形,

∴$\angle E+\angle ABD=180°$,$\angle C+\angle BAD=180°$.

∵$\angle E=\angle C$,∴$\angle ABD=\angle BAD$.∴$AD=BD$.

又 $AB=AD$,∴$AB=AD=BD$.

∴△ABD 为等边三角形.

15.(1)证明:∵$\angle E=\angle F$,$\angle DCE=\angle BCF$,$\angle ADC=\angle E+\angle DCE$,$\angle ABC=\angle F+\angle BCF$,

∴$\angle ADC=\angle ABC$.

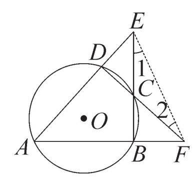
(2)解:由(1)知 $\angle ADC=\angle ABC$.

∵四边形 $ABCD$ 为⊙O 的内接四边形,

∴$\angle ADC+\angle ABC=180°$.∴$\angle ADC=90°$.

∴$\angle A=90°-\angle F=90°-42°=48°$.

(3)解:如图,连接 EF.



∵四边形 $ABCD$ 为⊙O 的内接四边形,

∴$\angle A+\angle BCD=180°$.

又 $\angle ECD+\angle BCD=180°$,

∴$\angle ECD=\angle A$.

∵$\angle ECD=\angle 1+\angle 2$,∴$\angle A=\angle 1+\angle 2$.

∵$\angle A+\angle 1+\angle 2+\angle AEB+\angle AFD=180°$,

∴$2\angle A+\alpha+\beta=180°$.∴$\angle A=90°-\frac{\alpha+\beta}{2}$.

专题 15 与圆的基本性质有关的四种辅助线的作法

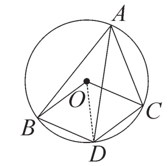
1.D 2.B 3.D 4.B 5.28° 6.C 7.B 8.4 9.160° 10.40°

11.56°

专题 16 与圆的基本性质有关的计算与证明

1.证明:如图,连接 OD.

∵AD 平分 $\angle BAC$,∴$\angle BAD=\angle CAD$.



又 $\angle BOD=2\angle BAD$,$\angle COD=2\angle CAD$,

∴$\angle BOD=\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOC=60°$.

∵$OB=OD$,$OC=OD$,∴△BOD 和△COD 是等边三角形.

∴$OB=BD=OD=CD=OC$.

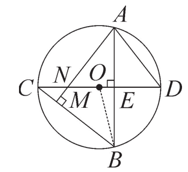
∴四边形 $OBDC$ 是菱形.

2.(1)证明:∵$AM\perp BC$,∴$\angle BAM+\angle B=90°$.

∵$AB\perp CD$,∴$\angle AND+\angle BAM=90°$.∴$\angle AND=\angle B$.

∵$\angle B=\angle D$,∴$\angle AND=\angle D$.

(2)解:如图,连接 OB.



∵$CD\perp AB$,

∴$AE=BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times8=4$.

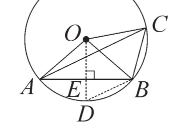
在 Rt△OBE 中,$OB=\sqrt{OE^2+BE^2}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$,∴$OD=OB=\sqrt{17}$,

∴$DE=OD-OE=\sqrt{17}-1$.

3.(1)证明:∵$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$,$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$,

$\angle ACB=2\angle BAC$,∴$\angle AOB=2\angle BOC$.

(2)解:如图,过点 O 作 $OD\perp AB$ 于点 E,交⊙O 于点 D,连接 BD,则 $AE=BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times4=2$,$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$.



∴$\angle AOD=\angle BOD=\frac{1}{2}\angle AOB$.

∵$\angle AOB=2\angle BOC$,∴$\angle BOD=\angle BOC$.∴$BD=BC=\sqrt{5}$.

在 Rt△BDE 中,$DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}=1$.

在 Rt△BOE 中,由勾股定理,得 $OB^2=OE^2+BE^2$,

即 $OB^2=(OB-1)^2+2^2$,∴$OB=\frac{5}{2}$,即⊙O 的半径是 $\frac{5}{2}$.

4.解:(1)$\angle ADB=\angle ADE$.理由如下:

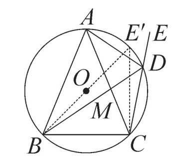
∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O,∴$\angle ABC+\angle ADC=180°$.

又 $\angle ADE+\angle ADC=180°$,∴$\angle ABC=\angle ADE$.

∵$AB=AC$,∴$\angle ABC=\angle ACB$.

又 $\angle ADB=\angle ACB$,∴$\angle ADB=\angle ADE$.

(2)如图,连接 BO 并延长,交⊙O 于点 E',连接 CE'.



∵BE' 是直径,∴$\angle BCE'=90°$.

∵$\angle BAC=45°$,∴$\angle BE'C=\angle BAC=45°$.

∴$\angle CBE'=180°-\angle BCE'-\angle BE'C=180°-90°-45°=45°$.

∴$\angle BE'C=\angle CBE'$.∴$CE'=BC=3$.

在 Rt△BCE' 中,$BE'=\sqrt{BC^2+CE'^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$.

∴⊙O 的直径为 $3\sqrt{2}$.

24.2 点和圆、直线和圆的位置关系

24.2.1 点和圆的位置关系

1.A 2.D 3.上

4.解：在Rt△ABC中，BC=15 cm，AC=20 cm，

∴$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{15^2+20^2}=25$(cm).

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CD$，

∴$CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{20\times15}{25}=12$(cm).

设⊙C的半径为r，则r=13 cm，

∴AC>r，BC>r，CD<r.

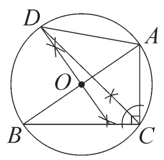
∴点A，B在⊙C外，点D在⊙C内.

5.C 6.能 7.C 8.B 9.A

10.证明：在△ABC中，假设∠A，∠B，∠C中有两个角是直角，不妨设∠A=∠B=90°，则∠A+∠B+∠C>180°，这与三角形三个内角的和等于180°相矛盾，∴假设不成立，∴一个三角形中不能有两个角是直角.

11.4或3 12.D 13.(−1，0) 14.4

15.解：(1)如图所示.



(2)由(1)易知AB为⊙O的直径，OD⊥AB，∴∠AOD=90°.

在Rt△ABC中，∵AC=6，BC=8，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$.

∴$OD=OA=\frac{1}{2}AB=5$.

在Rt△AOD中，$AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$.

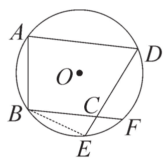
16.解：(1)②

(2)相对的两个内角互补的四边形一定有外接圆.

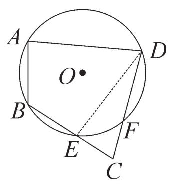
(3)如果四边形没有外接圆，那么相对的两个内角之间没有上面的关系.理由如下：

如图④，连接BE.

∵∠A+∠E=180°，∠BCD>∠E，∴∠A+∠BCD>180°.



④



⑤

如图⑤，连接DE.

∵∠A+∠BED=180°，∠C<∠BED，∴∠A+∠C<180°.

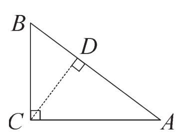
∴如果四边形没有外接圆，那么相对的两个内角之间不互补.

24.2.2 直线和圆的位置关系

第1课时 直线和圆的位置关系

1.B 2.B 3.相切 相离 4.相交

5.解：如图，过点C作CD⊥AB于点D.



在Rt△ABC中，∵AC=8，BC=6，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$.

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CD$，

∴$CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{8\times6}{10}=4.8$.

(1)当r=4时，CD>r，∴⊙C与直线AB相离.

(2)当r=4.8时，CD=r，∴⊙C与直线AB相切.

(3)当r=6时，CD<r，∴⊙C与直线AB相交.

6.D 7.C [变式题] 0≤d≤6

8.解：∵d，R是方程$x^2-6x+m=0$的两个根，且直线l与⊙O相切，

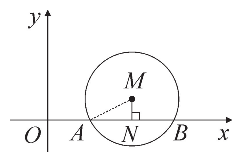
∴d=R，∴方程有两个相等的实数根.

∴$\Delta=(-6)^2-4\times1\times m=0$.∴m=9.

9.D 10.±2 −2<m<2 11.D 12.B 13.C

14.R=4.8或6<R≤8 **易错点**：考虑问题不全面而致错，⊙C与斜边AB只有一个公共点时，可以是⊙C与AB相切，也可以是⊙C与线段AB只有一个交点.

15.解：(1)如图，连接AM.



∵点M为圆心，MN=1，MN⊥x轴，⊙M与x轴交于A(2，0)，B(6，0)两点，

∴$AN=BN=\frac{1}{2}\times(6-2)=2$.

∴$AM=\sqrt{AN^2+MN^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.

∴⊙M的半径为$\sqrt{5}$.

(2)相离.理由如下：

易知点M的横坐标为4，其到直线x=7的距离为3.

∵$3>\sqrt{5}$，∴⊙M与直线x=7相离.

16.解：(1)当⊙P与直线x=2相切时，|x−2|=3，即x−2=±3.

∴x=5或x=−1.

当x=5时，y=2×5=10；

当x=−1时，y=2×(−1)=−2.

∴点P的坐标为(5，10)或(−1，−2).

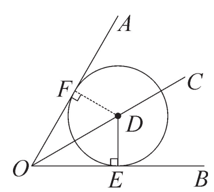
(2)当⊙P与直线x=2相交时，x的取值范围是−1<x<5；

当⊙P与直线x=2相离时，x的取值范围为x<−1或x>5.

第2课时 切线的判定与性质

1.D 2.相切 3.70

4.证明：如图，过点D作DF⊥OA于点F.



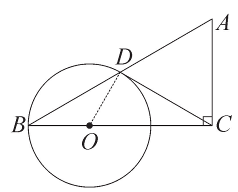
∵D是∠AOB的平分线OC上任意一点，DE⊥OB，

∴DF=DE，即DF是⊙D的半径，

∴OA是⊙D的切线.

5.A 6.D 7.50° 8.$2\sqrt{3}$

9.证明：如图，连接OD.



∵CD为⊙O的切线，

∴OD⊥CD.∴∠ODC=90°.

∴∠ODB+∠ADC=90°.

∵∠ACB=90°，∴∠A+∠B=90°.

∵OB=OD，∴∠B=∠ODB.

∴∠ADC=∠A.∴CD=AC.

10.B 11.D 12.24

13.解：(1)∵PC与⊙O相切，∴OC⊥PC，

∴∠OCP=∠OCB+∠BCP=90°.

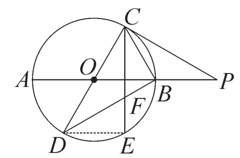
∵OB=OC，∴∠OCB=∠OBC.

∵∠ABC=2∠BCP，∴∠OCB=2∠BCP.

∴3∠BCP=90°.∴∠BCP=30°.

∴∠OCB=2∠BCP=60°.

(2)如图，连接DE.



∵CD是⊙O的直径，

∴∠E=90°.

∵E是$\overset{\frown}{BD}$的中点，

∴$\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$.

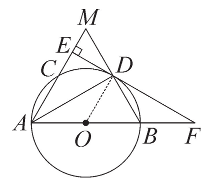
∴$\angle DCE=\angle FDE=\angle ECB=\frac{1}{2}\angle DCB=30°$.

在Rt△DEF中，EF=3，∠FDE=30°，易得$DE=3\sqrt{3}$.

∵∠E=90°，∠DCE=30°，∴$CD=2DE=6\sqrt{3}$.

∴⊙O的直径为$6\sqrt{3}$.

14.(1)证明：如图，连接OD，则OD=OA.



∴∠ODA=∠OAD.

∵AD平分∠CAB，∴∠OAD=∠DAC.

∴∠ODA=∠DAC.∴OD∥AC.

∴∠ODF=∠AED.

又DE⊥AC，∴∠AED=90°.∴∠ODF=90°.

∴OD⊥DE.

∵OD是⊙O的半径，∴直线DE是⊙O的切线.

(2)证明：∵线段AB是⊙O的直径，∴∠ADB=90°.

∴∠ADM=180°−∠ADB=90°，∠ABM+∠OAD=90°.

∴∠M+∠DAC=90°.

∵∠OAD=∠DAC，∴∠ABM=∠M.∴AB=AM.

(3)解：∵∠AED=90°，∠F=30°，

∴∠BAM=∠90°−∠F=60°，∠DEM=180°−∠AED=90°.

又AB=AM，∴△ABM是等边三角形.∴∠M=60°.

∴∠EDM=90°−∠M=30°.

∴MD=2ME=2.

∵AB=AM，AD平分∠CAB，∴BD=MD=2.

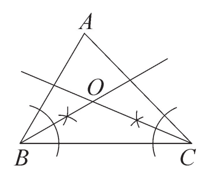
∵∠BDF=∠EDM=30°，

∴∠BDF=∠F.∴BF=BD=2.

第3课时 切线长定理及三角形的内切圆

1.C 2.B 3.1 4.56° 5.3 6.B 7.C 8.5

9.解：(1)如图，点O即为所求.



(2)△ABC的面积为$\frac{1}{2}\times14\times1.3=9.1(cm^2)$.

10.C 11.36 12.6

13.(1)解：∵点E是△ABC的内心，∠BAC=70°，

∴$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times70°=35°$.

∴∠CBD=∠CAD=35°.

(2)证明：∵点E是△ABC的内心，

∴∠ABE=∠CBE，∠BAD=∠CAD.

∵∠CBD=∠CAD，∴∠CBD=∠BAD.

∵∠BED=∠BAD+∠ABE，∠DBE=∠CBD+∠CBE，

∴∠BED=∠DBE.∴DE=BD.

14.$\frac{13}{3}$

微专题 直角三角形的内心及内切圆的半径

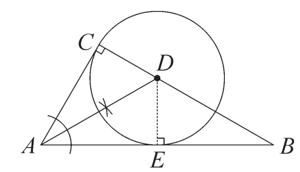
【方法指导】(1)正方形 r b−r a−r b−r+a−r=c $\frac{a+b-c}{2}$

(2)BC AC AB $\frac{1}{2}(a+b+c)r$ $\frac{1}{2}(a+b+c)r$ $\frac{ab}{a+b+c}$

【对应训练】1

专题17 切线的证明方法归类

1.(1)解：如图，AD即为所求.



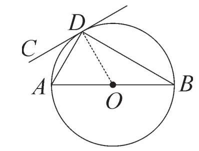
(2)证明：如图，过点D作DE⊥AB于点E.

∵∠C=90°，∴DC⊥AC.

又AD平分∠BAC，∴DE=DC，

∴DE为⊙D的半径，∴AB与⊙D相切.

2.证明：如图，连接OD.



∵OA=OD，∴∠A=∠ODA.

∵AB为⊙O的直径，

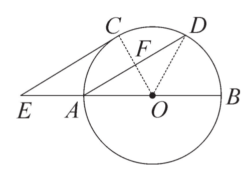
∴∠ADB=90°.∴∠A+∠B=90°.

∵∠ADC=∠B，∴∠ODA+∠ADC=90°，即∠CDO=90°.

∴CD⊥OD.

∵OD是⊙O的半径，∴直线CD是⊙O的切线.

3.证明：如图，连接OC，OD，设OC交AD于点F.



∵C是$\overset{\frown}{AD}$的中点，

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$.

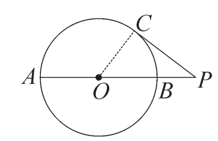
∴易得OF⊥AD，即∠AFO=90°.

∵CE∥AD，

∴∠ECO=∠AFO=90°，即EC⊥OC.

∵OC是⊙O的半径，∴CE是⊙O的切线.

4.证明：如图，连接OC.



由题意，可得$OB=OC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times12=6$，

∴OP=OB+PB=6+4=10.

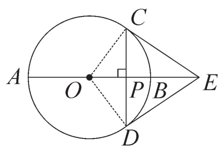
∵$OP^2=10^2=100$，$OC^2+PC^2=6^2+8^2=100$，

∴$OP^2=OC^2+PC^2$.

∴△OCP是直角三角形，且∠OCP=90°.∴PC⊥OC.

∵OC 是⊙O 的半径，∴PC 是⊙O 的切线.

5.证明：如图，连接 OC，OD.



∵AB 是⊙O 的直径，$AB\perp CD$，

∴AE 垂直平分 CD.

∴$CE=DE$.

又 $OE=OE$，$OC=OD$，∴$\triangle OCE\cong\triangle ODE$(SSS).

∴$\angle OCE=\angle ODE$.

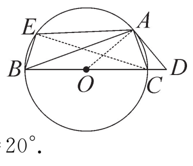
∵DE 是⊙O 的切线，∴$\angle ODE=90^\circ$.

∴$\angle OCE=90^\circ$，即 $CE\perp OC$.

∵OC 是⊙O 的半径，∴CE 为⊙O 的切线.

专题 18 与切线有关的计算与证明

1.(1)解：如图，连接 CE，OA.



∵BC 是⊙O 的直径，∴$\angle BEC=90^\circ$.

∵$\angle AEB=110^\circ$，

∴$\angle AEC=\angle AEB-\angle BEC=110^\circ-90^\circ=20^\circ$.

∴$\angle AOD=2\angle AEC=40^\circ$.

∵AD 与⊙O 相切于点 A，∴$OA\perp AD$，

∴$\angle OAD=90^\circ$，∴$\angle D=90^\circ-\angle AOD=50^\circ$.

(2)证明：∵BC 是⊙O 的直径，∴$\angle BAC=90^\circ$.

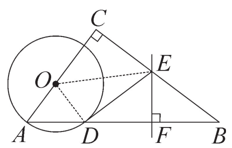
由(1)知$\angle OAD=90^\circ$，∴$\angle BAC=\angle OAD$，

∴$\angle BAO+\angle OAC=\angle CAD+\angle OAC$，

∴$\angle BAO=\angle CAD$.

∵$OA=OB$，∴$\angle BAO=\angle ABC$，∴$\angle CAD=\angle ABC$.

2.解：(1)直线 DE 与⊙O 相切.理由如下：



如图，连接 OD.

∵$OD=OA$，∴$\angle A=\angle ODA$.

∵EF 是 BD 的垂直平分线，

∴$BE=DE$.∴$\angle B=\angle EDB$.

∵$\angle C=90^\circ$，∴$\angle A+\angle B=90^\circ$.∴$\angle ODA+\angle EDB=90^\circ$.

∴$\angle ODE=180^\circ-(\angle ODA+\angle EDB)=90^\circ$，即 $DE\perp OD$.

∵OD 为⊙O 的半径，∴直线 DE 与⊙O 相切.

(2)如图，连接 OE.

∵$AC=6$，$OA=2$，∴$OC=AC-OA=4$，$OD=2$.

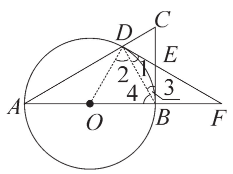
设 $DE=x$，则 $BE=x$，$CE=BC-BE=8-x$.

∵$\angle C=\angle ODE=90^\circ$，∴$OC^2+CE^2=OE^2=OD^2+DE^2$.

∴$4^2+(8-x)^2=2^2+x^2$，解得 $x=\frac{19}{4}$.

∴DE 的长为$\frac{19}{4}$.

3.(1)证明：如图，连接 OD，BD.



∵AB 为⊙O 的直径，∴$\angle ADB=90^\circ$.

∴$\angle BDC=180^\circ-\angle ADB=90^\circ$.

在 Rt$\triangle BDC$ 中，∵E 是 BC 的中点，

∴$DE=BE=\frac{1}{2}BC$.∴$\angle 1=\angle 3$.

∵$OD=OB$，∴$\angle 2=\angle 4$.

∵BC 是⊙O 的切线，∴$\angle ABC=90^\circ$.∴$\angle 3+\angle 4=90^\circ$.

∴$\angle 1+\angle 2=90^\circ$，即$\angle ODF=90^\circ$.∴$DF\perp OD$.

∵OD 是⊙O 的半径，∴DF 为⊙O 的切线.

(2)解：∵$\angle ODF=90^\circ$，$OB=BF$，∴$BD=OB=OD$.

∴$\triangle OBD$ 是等边三角形.∴$\angle DOF=60^\circ$.

∴$\angle F=90^\circ-\angle DOF=30^\circ$.

∵$\angle ABC=90^\circ$，∴$\angle FBE=90^\circ$.∴$BE=\frac{1}{2}EF=\frac{1}{2}\times 8=4$.

∴$DE=BE=4$.∴$DF=DE+EF=4+8=12$.

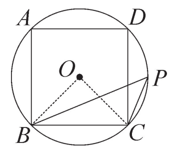
∵$OD=OA$，∴$\angle A=\angle ADO=\frac{1}{2}\angle BOD=30^\circ$.

∴$\angle A=\angle F$.∴$AD=DF=12$.

24.3 正多边形和圆

1.D 2.C 3.C 4.D 5.B 6.10

7.解：(1)如图，连接 OB，OC.



∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴$\angle BOC=360^\circ\div 4=90^\circ$.

∴$\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BOC=45^\circ$.

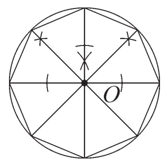
(2)由(1)知，$\angle BOC=90^\circ$，

∴在 Rt$\triangle OBC$ 中，$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$.

∴正方形 $ABCD$ 的边长为 $8\sqrt{2}$.

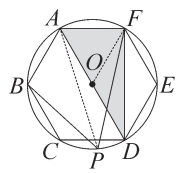
8.D

9.解：如图所示.



10.A 11.45° 12.0.14

13.解：(1)如图，连接 AP，OF.



∵六边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

∴易得 AD 是⊙O 的直径，$AF=AB$，

$\angle AOF=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$，

∴$\angle APF=\frac{1}{2}\angle AOF=30^\circ$.

∵$AF=AB$，∴易知$\angle APB=\angle APF=30^\circ$，

∴$\angle BPF=\angle APB+\angle APF=60^\circ$.

(2)∵AD 是⊙O 的直径，∴$\angle AFD=90^\circ$.

又$\angle ADF=\angle APF=30^\circ$，

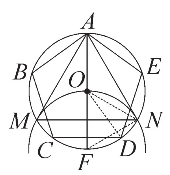
∴易得 $DF=\sqrt{3}AF$，$AD=2AF$，

∴$S_{\triangle ADF}=\frac{1}{2}AF\cdot DF=\frac{\sqrt{3}}{2}AF^2=2\sqrt{3}$.

∴$AF=2$.∴$AD=4$.

∴⊙O 的半径为 2.

14.解：(1)$\triangle AMN$ 是等边三角形.理由如下：


②

如图②，连接 ON，NF.

由题意可得 $FN=ON=OF$，

∴$\triangle FON$ 是等边三角形.

∴$\angle AFN=60^\circ$，∴$\angle AMN=\angle AFN=60^\circ$.

同理可得$\angle ANM=60^\circ$，

∴$\angle MAN=\angle AMN=\angle ANM=60^\circ$.

∴$\triangle AMN$ 是等边三角形.

(2)如图②，连接 OD.

∵$\angle AMN=60^\circ$，∴$\angle AON=2\angle AMN=120^\circ$.

∵正五边形 $ABCDE$ 内接于⊙O，

∴易得$\angle AOD=\frac{360^\circ}{5}\times 2=144^\circ$，

∴$\angle DON=\angle AOD-\angle AON=144^\circ-120^\circ=24^\circ$.

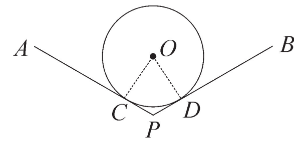
∵$360^\circ\div 24^\circ=15$，∴$n$ 的值是 15.

24.4 弧长和扇形面积

第 1 课时 弧长和扇形面积

1.(1)C (2)90° (3)12 2.$\frac{2}{3}\pi$ 3.3π

4.解：如图，连接 OC，OD.



∵AC，BD 分别与⊙O 相切于点 C，D，

∴$\angle OCP=\angle ODP=90^\circ$.

由四边形内角和为 360°，可得$\angle COD=360^\circ-\angle OCP-\angle ODP-\angle P=360^\circ-90^\circ-90^\circ-120^\circ=60^\circ$.

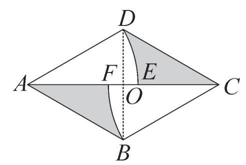
∴$\overset{\frown}{CD}$的长为$\frac{60\pi\times 6}{180}=2\pi$(cm).

5.C 6.D 7.B 8.9

9.解：阴影部分的面积 $S=\frac{40\pi\times 10^2}{360}-\frac{40\pi\times 1^2}{360}=\frac{40\pi\times(10^2-1^2)}{360}=11\pi(\text{m}^2)$.

10.C 11.300π 12.$\frac{16}{9}\pi$

13.解：如图，连接 BD 交 AC 于点 O.



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=120^\circ$，$AB=4$，

∴$\angle DAB=60^\circ$，$AC\perp BD$，$AD=AB=4$，$AO=CO$，$BO=DO$.

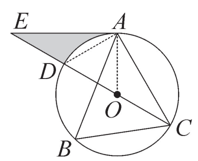
∴$\angle DAO=30^\circ$，$\angle AOD=90^\circ$，

∴$DO=2$，$AO=2\sqrt{3}$，∴$BD=4$，$AC=4\sqrt{3}$.

易得 $S_{扇形ADE}=S_{扇形CBF}$，

∴$S_{阴影}=S_{菱形ABCD}-2S_{扇形ADE}=\frac{AC\cdot BD}{2}-2\times\frac{30\pi\times 4^2}{360}=\frac{4\sqrt{3}\times 4}{2}-2\times\frac{30\pi\times 16}{360}=8\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}$.

14.解：(1)AE 与⊙O 相切.理由如下：



如图，连接 OA，AD.

∵CD 为⊙O 的直径，∴$\angle DAC=90^\circ$.

又$\angle ADC=\angle B=60^\circ$，

∴$\angle ACE=90^\circ-\angle ADC=30^\circ$.

∵$AE=AC$，$OA=OD$，

∴$\angle E=\angle ACE=30^\circ$，$\angle DAO=\angle ADO=60^\circ$.

∴$\angle EAD=\angle ADO-\angle E=30^\circ$.

∴$\angle EAO=\angle EAD+\angle DAO=90^\circ$.∴$AE\perp OA$.

又 OA 是⊙O 的半径，∴AE 与⊙O 相切.

(2)∵$AE=AC$，$AC=6$，∴$AE=6$.

由(1)可知$\triangle AOE$ 为直角三角形，且$\angle E=30^\circ$，

∴$\angle AOE=60^\circ$，$OE=2OA$.

由勾股定理可得，$OA=2\sqrt{3}$.

∴$S_{阴影}=S_{\triangle AOE}-S_{扇形OAD}=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}-\frac{60\pi\times(2\sqrt{3})^2}{360}=6\sqrt{3}-2\pi$.

15.7π

第 2 课时 圆锥的侧面积和全面积

1.C 2.24π 3.80π

4.解：不相等.理由如下：

在 Rt$\triangle ABC$ 中，由勾股定理，可得 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$(cm).

以 AB 边所在直线为轴把三角形旋转一周，得到以 6 cm 为高，3 cm 为底面圆半径的圆锥甲，

则圆锥甲的侧面积为 $\pi\times BC\times AC=\pi\times 3\times 3\sqrt{5}=9\sqrt{5}\pi(\text{cm}^2)$.

以 BC 边所在直线为轴把三角形旋转一周，得到以 3 cm 为高，6 cm 为底面圆半径的圆锥乙，

则圆锥乙的侧面积为 $\pi\times AB\times AC=\pi\times 6\times 3\sqrt{5}=18\sqrt{5}\pi(\text{cm}^2)$.

因为 $9\sqrt{5}\pi\neq 18\sqrt{5}\pi$，所以甲、乙两个圆锥的侧面积不相等.

5.C 6.(1)D (2)B (3)$\frac{7}{2}$

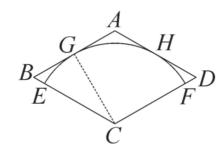
7.解：设圆锥底面圆的半径为 r，母线长为 l，

则 $2\pi r=20\pi$，$\frac{120\pi l}{180}=20\pi$，∴$r=10$，$l=30$.

∴该圆锥的侧面积为$\frac{1}{2}\times 20\pi\times 30=300\pi$，全面积为 $300\pi+\pi\times 10^2=400\pi$.

8.C 9.$\frac{\sqrt{2}}{4}$ 10.20π

11.解：如图，连接 CG.



∵AB 与$\overset{\frown}{EF}$ 相切于点 G，

∴$CG\perp AB$.

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=2\sqrt{3}$，

$\angle BCD=120^\circ$，

∴$BC=2\sqrt{3}$，$\angle B=60^\circ$.

在 Rt$\triangle BCG$ 中，$\angle BCG=90^\circ-\angle B=30^\circ$，

∴$BG=\frac{1}{2}BC=\sqrt{3}$，

∴$CG=\sqrt{BC^2-BG^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=3$，

∴$\overset{\frown}{EF}$ 的长为$\frac{120\pi\times 3}{180}=2\pi$.

设扇形 CEF 所围圆锥的底面圆的半径为 r，则 $2\pi r=2\pi$，

∴$r=1$.

故圆锥的高为 $\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$.

12.解：(1)设$\angle BAC=n^\circ$.

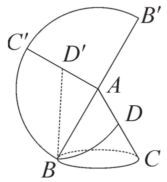
由题意,得 $\pi\cdot DE=\frac{n\pi\cdot AD}{180}$,$AD=2DE$,

∴$n=90$.∴$\angle BAC=90°$.

(2)由题意,得△ABC 是等腰直角三角形.

∵$AD=2DE=2\times5=10$(cm),∴$BC=2AD=20$ cm.

∴$S_{阴影}=S_{\triangle ABC}-S_{扇形AEF}=\frac{1}{2}\times20\times10-\frac{90\pi\times10^2}{360}=(100-25\pi)(cm^2)$.



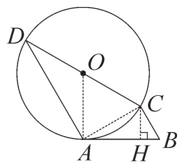
13.$\sqrt{5}$ 【解析】画圆锥的侧面展开图如图所示,连接 BD',则 BD'为蚂蚁爬行的最短路线.设圆锥侧面展开图的圆心角度数为 n°.由题意得 $2\pi=\frac{n\pi\times2}{180}$,∴$n=180$.∴$\angle BAC'=90°$.∵D'为AC'的中点,∴$AD'=\frac{1}{2}AC'=1$.在Rt△ABD'中,$BD'=\sqrt{AB^2+AD'^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.∴蚂蚁爬行的最短路线长为$\sqrt{5}$.

专题 19 求阴影部分的面积

1.$\frac{13}{4}\pi$ 2.C 3.B 4.B 5.$12\pi-18\sqrt{3}$ 6.D

7.$\frac{25}{6}\pi$ 8.$\frac{5}{3}\pi$ 9.$\pi-2$

专题 20 与圆有关的情境题



②

1.(1)证明:如图②,连接 OA.

∵AB 与⊙O 相切于点 A,

∴∠OAB=90°.

∵AD∥BC,

∴∠B+∠OAB+∠OAD=180°.

∴∠B+∠OAD=90°.

∵OA=OD,∴∠D=∠OAD.

∴∠D+∠B=90°.

(2)解:如图②,连接 AC,过点 C 作 CH⊥AB,垂足为 H.

由题意得 CH=18 cm.

∵∠D+∠B=90°,∠B=60°,∴∠D=90°−∠B=30°.

∴∠AOC=2∠D=60°.

∵OA=OC,∴△AOC 是等边三角形.

∴OA=AC=OC,∠OAC=60°.

∵∠OAB=90°,∴∠CAB=∠OAB−∠OAC=30°.

∴AC=2CH=36 cm.

∴OC=AC=36 cm.∴CD=2OC=72 cm.

∴轮胎的直径为 72 cm.

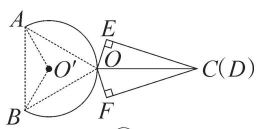
2.解:(1)2.8

(2)在图②中,OC=OD=CD,

∴△COD 是等边三角形.∴∠COD=60°.

∴∠AOC+∠BOD=360°−∠COD=300°.

当 C,D 两点重合时,两段夹弧恰好在同一圆上,如图④.设该圆圆心为点 O',连接 AB,O'A,O'B,易知∠AOB=360°−(∠AOC+∠BOD)=60°,



④

∴∠AO'B=2∠AOB=120°.

∵OA=OB,∴△AOB 为等边三角形.

易知⊙O'的半径为 $\frac{\sqrt{3}}{3}OA=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

∴$\overset{\frown}{AOB}$的长为 $\frac{(360-120)\pi\times\frac{4\sqrt{3}}{3}}{180}=\frac{16\sqrt{3}}{9}\pi$(cm).

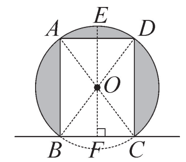
综合与实践 园林美化工程项目改造

(1)证明:∵四边形 ABCD 是矩形,

∴AC=BD,$OA=OC=\frac{1}{2}AC$,$OB=OD=\frac{1}{2}BD$,

∴OA=OB=OC=OD,

∴A,B,C,D 四个点在以点 O 为圆心的同一个圆上.



②

(2)解:如图②,设$\overset{\frown}{BAC}$的中点为 E,作 EF⊥BC 于点 F.由对称性可知,EF 过圆心 O.

∵四边形 ABCD 是矩形,

∴∠ABC=90°,∴$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2.4^2+1.8^2}=3$(m).

易得 $OF=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times2.4=1.2$(m),$OE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times3=1.5$(m),∴EF=OF+OE=1.2+1.5=2.7(m),

即圆弧形门洞的拱高为 2.7 m.

(3)解:由(2)知,∠ABC=90°,AC=3 m,

∴$OA=\frac{1}{2}AC=\frac{3}{2}$ m,∴$S_{\odot O}=\pi\cdot OA^2=\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}\pi(m^2)$.∵$S_{矩形ABCD}=1.8\times2.4=\frac{108}{25}(m^2)$,

∴$S_{\triangle AOB}+S_{\triangle AOD}+S_{\triangle COD}=\frac{3}{4}S_{矩形ABCD}=\frac{3}{4}\times\frac{108}{25}=\frac{81}{25}(m^2)$.

∵OB=OC,∴∠OBC=∠ACB=52.5°,

∴∠BOC=180°−52.5°×2=75°,

∴$S_{扇形OBC}=\frac{75\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2}{360}=\frac{15}{32}\pi(m^2)$.

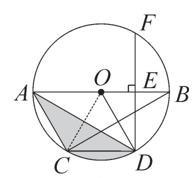
∴改造后门洞扩大的面积为 $S_{\odot O}-(S_{\triangle AOB}+S_{\triangle AOD}+S_{\triangle COD})-S_{扇形OBC}=\frac{9}{4}\pi-\frac{81}{25}-\frac{15}{32}\pi=\left(\frac{57}{32}\pi-\frac{81}{25}\right)(m^2)$.

第二十四章章末复习

【一题串起重难点】

(1)90 30 菱

(2)解:4



②

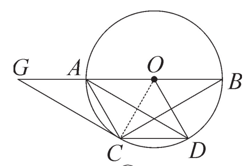
如图②,连接 OC,则∠COD=2∠CAD=60°.

∵AB=4,∴⊙O 的半径为 2.

∵四边形 ACDO 是菱形,∴AB∥CD,

∴$S_{\triangle ACD}=S_{\triangle OCD}$.

∴$S_{阴影}=S_{扇形OCD}=\frac{60\pi\times2^2}{360}=\frac{2}{3}\pi$.



③

(3)证明:如图③,连接 OC.

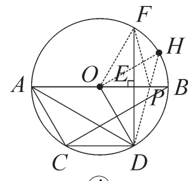
∵四边形 ACDO 是菱形,

∴OC⊥AD.

∵CG∥AD,∴易得 CG⊥OC.

又 OC 是⊙O 的半径,

∴CG 是⊙O 的切线.



④

(4)$2\sqrt{2}$ 【解析】如图④,连接 DH 交 AB 于点 P,连接 PF,OH,OF.∵点 D 与点 F 关于 AB 对称,则点 P 即为所求作的点,此时 PF+PH 的值最小,且等于 DH 的长.易知∠DOB=∠BOF=60°.又 H 是$\overset{\frown}{BF}$的中点,∴∠BOH=30°,∴∠DOH=∠DOB+∠BOH=90°.在 Rt△DOH 中,$DH=\sqrt{OD^2+OH^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$.∴PF+PH 的最小值是 $2\sqrt{2}$.

【考点整合与提升】

1.D 2.2.5 3.A 4.C 5.D 6.$\sqrt{2}$

7.(1)证明:∵FA=FE,∴∠FAE=∠AEF.

∵∠FAE=∠BCE,∠AEF=∠BEC,∴∠BEC=∠BCE.

∵CE 平分∠ACD,∴∠ACE=∠DCE.

∵AB 是⊙O 的直径,∴∠ACB=90°,

∴∠BEC+∠DCE=∠BCE+∠ACE=∠ACB=90°,

∴∠CDE=90°,∴CD⊥AB.

(2)解:由(1)知∠BEC=∠BCE,∴BE=BC.

∵FA=FE,FM⊥AB,OM=OE=1,

∴MA=ME=OM+OE=2,

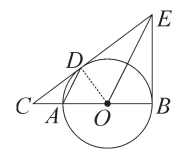
∴⊙O 的半径 OA=OB=OM+MA=3,

∴BC=BE=OB−OE=2.

在 Rt△ABC 中,∵AB=2OA=6,BC=2,

∴$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$.

8.A 9.相切 10.A 11.$\frac{24}{5}$



12.(1)证明:连接 OD.

∵CD 与⊙O 相切于点 D,

∴∠ODE=90°.

∵AD∥OE,

∴∠ADO=∠DOE,∠OAD=∠BOE.

∵OD=OA,∴∠ADO=∠OAD.

∴∠DOE=∠BOE.

又 OD=OB,OE=OE,∴△DOE≌△BOE(SAS).

∴∠OBE=∠ODE=90°.∴BE⊥OB.

∵OB 是⊙O 的半径,∴直线 BE 与⊙O 相切.

(2)解:设⊙O 的半径为 r,则 OC=OA+CA=r+2.

在 Rt△ODC 中,$OD^2+CD^2=OC^2$,

∴$r^2+4^2=(r+2)^2$,∴r=3,∴AB=2r=6.

13.△ABD,△ACD,△BCD 14.4 15.B 16.B 17.$8-\frac{13\pi}{9}$

第二十五章 概率初步

25.1 随机事件与概率

25.1.1 随机事件

1.A 2.D 3.D 4.C

5.解:(2)(3)是必然事件;(5)是不可能事件;(1)(4)是随机事件.

6.B 7.C 8.2 9.A 10.D 11.D 12.C 13.①②③

14.解:(4)是必然事件;(3)是不可能事件;(1)(2)是随机事件.

15.解:我设计的方案如下:白球 1 个,红球 1 个,蓝球 3 个,黄球 5 个.(答案不唯一)

25.1.2 概率

1.D 2.C 3.A 4.A 5.D 6.$\frac{1}{3}$ 7.$\frac{1}{4}$ 8.C 9.B 10.A

11.A 12.$\frac{1}{2}$ 13.$\frac{6}{25}$

14.解:(1)选中《西游记》的概率为 $\frac{2}{5\times2}=\frac{1}{5}$.

(2)设班主任增加了 x 本《三国演义》.

由题意,得 $\frac{3+x}{5\times3+x}=\frac{1}{4}$,解得 $x=1$.

经检验,$x=1$ 是原分式方程的解,且符合实际意义.

答:班主任增加了 1 本《三国演义》.

15.解:(1)不公平.理由如下:

从其余 6 个小正方形中任选一个放置勋章,使得勋章所在方格构成的图形是轴对称图形的情况有 4 种,因此,P(构成的图形是轴对称图形)$=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.即小华获胜的概率为 $\frac{2}{3}$,妹妹获胜的概率为 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.

因为 $\frac{2}{3}>\frac{1}{3}$,所以此游戏规则不公平.

(2)重新设计游戏规则如下:

小华先将 3 枚勋章放在如图所示的 3×3 方格中,然后妹妹再从其余 6 个小正方形中任选一个放置勋章,若勋章所在方格构成的图形是中心对称图形,则小华获胜,否则妹妹获胜.(答案不唯一)

25.2 用列举法求概率

第 1 课时 用列表法求概率

1.A 2.$\frac{1}{3}$ 3.C 4.C 5.$\frac{1}{6}$ 6.$\frac{2}{3}$

7.解:(1)$\frac{1}{4}$

(2)列表如下:

第 1 次 / 第 2 次	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

由表可以看出,可能出现的结果有 16 种,并且它们出现的可能性相等.其中第 2 次摸到的小球编号比第 1 次摸到的小球编号大 1 的结果有 3 种,所以 P(第 2 次摸到的小球编号比第 1 次摸到的小球编号大 1)$=\frac{3}{16}$.

8.(1)$\frac{1}{2}$ (2)$\frac{3}{8}$ 9.C 10.$\frac{9}{16}$ 11.$\frac{1}{6}$

12.解:(1)$\frac{1}{3}$

（2）列表如下：

	S_1	S_2	S_3	S_4
S_1		(S_2,S_1)	(S_3,S_1)	(S_4,S_1)
S_2	(S_1,S_2)		(S_3,S_2)	(S_4,S_2)
S_3	(S_1,S_3)	(S_2,S_3)		(S_4,S_3)
S_4	(S_1,S_4)	(S_2,S_4)	(S_3,S_4)	

由表可以看出，可能出现的结果有 12 种，并且它们出现的可能性相等.其中能使小灯泡发光的结果有 6 种，即(S_1,S_2)，(S_1,S_3)，(S_1,S_4)，(S_2,S_1)，(S_3,S_1)，(S_4,S_1)，所以能使小灯泡发光的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

13.解：（1）$\frac{1}{4}$

（2）由题易知，掷一次骰子向上三个面的数字之和有 9，8，7，6 四种等可能的结果.列表如下：

第二次＼第一次	9	8	7	6
9	(9,9)	(8,9)	(7,9)	(6,9)
8	(9,8)	(8,8)	(7,8)	(6,8)
7	(9,7)	(8,7)	(7,7)	(6,7)
6	(9,6)	(8,6)	(7,6)	(6,6)

由表可以看出，可能出现的结果有 16 种，并且它们出现的可能性相等.其中棋子最终跳动到点 C 处，即和为 14 的结果有 3 种，即(8,6)，(7,7)，(6,8)，所以棋子最终跳动到点 C 处的概率为$\frac{3}{16}$.

第 2 课时　用画树状图法求概率

1.B　**2.**B　**3.**$\frac{2}{3}$　**4.**$\frac{2}{9}$　**5.**$\frac{3}{8}$

6.解：根据题意，可以画出如下的树状图：

小如　A　B　C　D

小意　B C D　A C D　A B D　A B C

由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 12 种，这些结果出现的可能性相等.其中小如和小意都没有取走“B.合理宣泄”的结果有 6 种，所以小如和小意都没有取走“B.合理宣泄”的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

7.$\frac{1}{8}$

8.解：根据题意，可以画出如下的树状图：

第一个　甲　乙　丙

第二个　乙 丙　甲 丙　甲 乙

第三个　丙 乙　丙 甲　乙 甲

由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 6 种，这些结果出现的可能性相等.

（1）甲同学第二个出场的结果有 2 种，所以甲同学第二个出场的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

（2）丙同学在乙同学前面出场的结果有 3 种，所以丙同学在乙同学前面出场的概率为$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

9.$\frac{1}{4}$　**10.**$\frac{2}{3}$　**11.**$\frac{1}{6}$

12.解：（1）若小明随机取出一个小球，则取到标有数字 2 的小球的概率为$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

（2）他们两人获胜的概率一样大.理由如下：

根据题意，可以画出如下的树状图：

x　1　2　2　3

y　1 2 2 3　1 2 2 3　1 2 2 3　1 2 2 3

由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 16 种，这些结果出现的可能性相等.其中 $xy=6$ 的结果有 4 种，$xy=2$ 的结果有 4 种，所以小明获胜的概率为$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$，小红获胜的概率为$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$，所以小明获胜的概率＝小红获胜的概率，所以他们两人获胜的概率一样大.

13.解：（1）$\frac{1}{3}$

（2）根据题意，可以画出如下的树状图：

第一题　正确　错误　错误

第二题　正确 错误 错误　正确 错误 错误　正确 错误 错误

由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 9 种，这些结果出现的可能性相等.其中两道题都答对的结果有 1 种，所以 P（小明顺利通关）$=\frac{1}{9}$.

（3）建议小明在第一题使用“求助”.理由如下：

若小明将“求助”用在第一题，可以画出如下的树状图：

第一题　正确　错误

第二题　正确 错误 错误 错误　正确 错误 错误 错误

由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 8 种，这些结果出现的可能性相等.其中两道题都答对的结果有 1 种，所以 P（小明顺利通关）$=\frac{1}{8}$.

因为$\frac{1}{8}>\frac{1}{9}$，所以建议小明在第一题使用“求助”.

25.3　用频率估计概率

1.D　**2.**0.25　**3.**C　[变式题] 24　**4.**0.9　**5.**D　**6.**10

7.解：（1）0.949　0.950　（2）0.95

（3）380 000÷0.95＝400 000（套）.

答：该厂总共要生产大约 400 000 套校服.

第二十五章章末复习

【考点整合与提升】

1.D　**2.**A　**3.**随机　不可能　**4.**C　**5.**D　**6.**D　**7.**B　**8.**A　**9.**$\frac{1}{3}$

10.解：（1）$\frac{3}{4}$

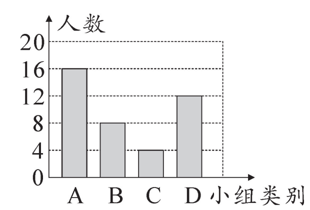
（2）列表如下：

第二次＼第一次	-2	-1	0	1
-2		$(-1,-2)$	$(0,-2)$	$(1,-2)$
-1	$(-2,-1)$		$(0,-1)$	$(1,-1)$
0	$(-2,0)$	$(-1,0)$		$(1,0)$
1	$(-2,1)$	$(-1,1)$	$(0,1)$	

由表可以看出，可能出现的结果有 12 种，并且它们出现的可能性相等.其中点 $A(m,n)$ 在第三象限的结果有 2 种，所以点 $A(m,n)$ 在第三象限的概率为$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

11.A　**12.**B

13.解：（1）40　补全条形统计图如下：



（2）72

（3）把 3 名女生分别记为女$_1$，女$_2$，女$_3$，可以画出如下的树状图：

男　女$_1$　女$_2$　女$_3$

女$_1$ 女$_2$ 女$_3$　男 女$_2$ 女$_3$　男 女$_1$ 女$_3$　男 女$_1$ 女$_2$

由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 12 种，这些结果出现的可能性相等.其中刚好抽到 2 名女生的结果有 6 种，所以刚好抽到 2 名女生的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

全国视野新考法

1.C　**2.**$(2\sqrt{3},-4)$　**3.**7　**4.**120

5.解：（1）$\frac{1}{4}$

（2）根据题意列表如下：

小红＼小明	Mg	Al	Zn	Cu
Mg	(Mg,Mg)	(Al,Mg)	(Zn,Mg)	(Cu,Mg)
Al	(Mg,Al)	(Al,Al)	(Zn,Al)	(Cu,Al)
Zn	(Mg,Zn)	(Al,Zn)	(Zn,Zn)	(Cu,Zn)
Cu	(Mg,Cu)	(Al,Cu)	(Zn,Cu)	(Cu,Cu)

由表可以看出，可能出现的结果有 16 种，并且它们出现的可能性相等.其中两人所选金属均能置换出氢气的结果有 9 种，所以两人所选金属均能置换出氢气的概率为$\frac{9}{16}$.

6.解：（1）解方程$(x-1)^2=16$，得 $x_1=5$，$x_2=-3$，

解方程 $x^2-4x-5=0$，得 $x_1=5$，$x_2=-1$，

所以一元二次方程$(x-1)^2=16$ 与 $x^2-4x-5=0$ 有且只有一个相同的实数根 $x=5$，

所以一元二次方程$(x-1)^2=16$ 与 $x^2-4x-5=0$ 是“同伴方程”.

（2）解方程 $x^2-3x+2=0$，得 $x_1=1$，$x_2=2$.

①当相同的实数根是 $x=1$ 时，$1+1+m-1=0$，解得 $m=-1$.

把 $m=-1$ 代入 $x^2+x+m-1=0$，得 $x^2+x-2=0$，

解得 $x_1=1$，$x_2=-2$，符合题意.

②当相同的实数根是 $x=2$ 时，$4+2+m-1=0$，解得 $m=-5$.

把 $m=-5$ 代入 $x^2+x+m-1=0$，得 $x^2+x-6=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=-3$，符合题意.

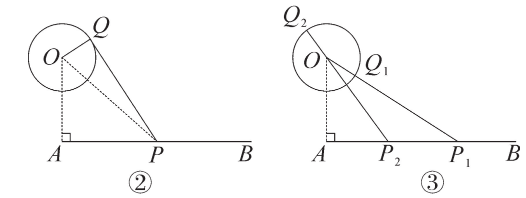
综上所述，m 的值为-1 或-5.

7.解：（1）如图②，连接 OP.

∵PQ 与⊙O 相切，∴$\angle OQP=90°$.

在 Rt△OQP 中，$OP^2=OQ^2+PQ^2=2^2+11^2=125$.

在 Rt△OAP 中，$AP=\sqrt{OP^2-OA^2}=\sqrt{125-25}=10$(dm).



（2）如图③，当点 Q 运动到点 Q_1 处时，点 P 在 AB 上距离点 A 最远.

在 Rt△OAP_1 中，$OA=5$ dm，

$OP_1=OQ_1+Q_1P_1=2+11=13$(dm)，

∴$S_1=\sqrt{OP_1^2-OA^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(dm).

当点 Q 运动到点 Q_2 处时，点 P 在 AB 上距离点 A 最近.

在 Rt△OAP_2 中，$OA=5$ dm，$OP_2=Q_2P_2-OQ_2=11-2=9$(dm).

∴$S_2=\sqrt{OP_2^2-OA^2}=\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}$(dm).

∴AP 的最大值 S_1 为 12 dm，最小值 S_2 为 $2\sqrt{14}$ dm.

8.解：（1）2

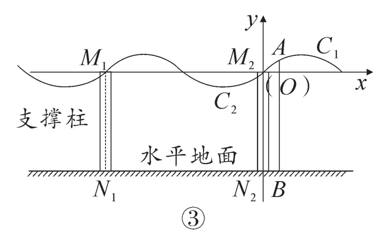
（2）如图③，以 M_2 为原点，建立平面直角坐标系.

∵抛物线 C_1 的对称轴为直线 $x=2$，

∴设抛物线 C_1 的解析式为 $y=a(x-2)^2+h$.

将(0,0)，(1,0.3)代入，得$\begin{cases}4a+h=0,\\a+h=0.3,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-0.1,\\h=0.4.\end{cases}$

∴抛物线 C_1 的解析式为 $y=-0.1(x-2)^2+0.4$.



（3）2.675 或 2.325

《阶段小测》册

阶段小测（一）

1.C **2.**A **3.**B **4.**D **5.**D **6.**A

7.5(答案不唯一,满足 $c\geq 0$ 即可)

8.$\frac{25}{4}$ **9.**2 025 **10.**2

11.解:(1)$x_1=4$,$x_2=0$.

(2)$x_1=\frac{1}{2}$,$x_2=-1$.

(3)$x_1=\frac{4+\sqrt{6}}{5}$,$x_2=\frac{4-\sqrt{6}}{5}$.

12.解:(1)四

(2)移项,得 $x^2+8x=20$.

配方,得 $x^2+8x+4^2=20+4^2$,$(x+4)^2=36$.

由此可得 $x+4=\pm 6$,$x_1=2$,$x_2=-10$.

13.解:(1)因为关于 x 的方程 $ax^2-3x+2=0$ 有两个实数根,且两实数根不相同,所以 $\Delta=(-3)^2-4\times a\times 2>0$,所以 $a<\frac{9}{8}$.

又 $a\neq 0$,所以 a 的取值范围是 $a<\frac{9}{8}$ 且 $a\neq 0$.

(2)因为 a 是自然数,$a<\frac{9}{8}$ 且 $a\neq 0$,

所以 $a=1$,则原方程可化为 $x^2-3x+2=0$.

因为方程的两个实数根为 x_1,x_2,且 $x_1<x_2$,

所以 $x_1=1$,$x_2=2$,所以 $\frac{x_1}{x_2}=\frac{1}{2}$.

14.解:(1)-2 【解析】因为 $x^2+4x+1=(x+2)^2-3$,所以当 $x+2=0$ 时,多项式 x^2+4x+1 有最小值 -3,所以多项式 x^2+4x+1 关于 $x=-2$ 平衡.

(2)5 【解析】因为关于 x 的多项式 $x^2-2ax+4$ 关于 $x=5$ 平衡,所以 $x^2-2ax+4=(x-5)^2+m$,所以 $x^2-2ax+4=x^2-10x+25+m$,所以 $-2a=-10$,所以 $a=5$.

(3)因为关于 x 的多项式 x^2+ax+c 关于 $x=-3$ 平衡,且最小值为 6,所以 $x^2+ax+c=(x+3)^2+6$,

所以 $x^2+ax+c=x^2+6x+15$.

所以 $x^2+ax+c=7$ 可表示为 $x^2+6x+15=7$.

所以 $x^2+6x+8=0$,所以 $x_1=-2$,$x_2=-4$.

阶段小测（二）

1.C **2.**D **3.**B **4.**A **5.**C **6.**D **7.**$x_1=-\frac{1}{3}$,$x_2=\frac{1}{3}$

8.$-\frac{5}{2}$ **9.**6 **10.**-2

11.解:(1)$x_1=2$,$x_2=-1$.

(2)$x_1=2+\sqrt{11}$,$x_2=2-\sqrt{11}$.

(3)方程无实数根.

12.解:设通道的宽度为 x m.

根据题意,得 $(100-x)(80-x)=6\ 300$.

解得 $x_1=10$,$x_2=170$(不合题意,舍去).

答:通道的宽度为 10 m.

13.(1)证明:因为 $\Delta=(-2)^2-4\times 1\times(-3m^2)=4+12m^2>0$,

所以无论 m 取何值,方程总有两个不等的实数根.

(2)解:由题意,得 $\begin{cases}\alpha+\beta=2,\\ \alpha+2\beta=5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}\alpha=-1,\\ \beta=3.\end{cases}$

因为 $\alpha\beta=-3m^2$,所以 $-3m^2=-3$.

所以 $m=\pm 1$,所以 m 的值为 ± 1.

14.解:(1)设购进 A 种糖心苹果 x 箱,B 种糖心苹果 y 箱.

由题意,得 $\begin{cases}x+y=160,\\ 25x+18y=3\ 300,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=60,\\ y=100.\end{cases}$

答:购进 A 种糖心苹果 60 箱,B 种糖心苹果 100 箱.

(2)设将 B 种糖心苹果的销售价定为 a 元/箱,则每天的销售量为 $[4+(30-a)\times 2]$ 箱.

由题意,得 $(a-18)[4+(30-a)\times 2]=96$,

解得 $a_1=24$,$a_2=26$.

因为要尽快减少库存,所以 $a=24$.

答:将销售价定为 24 元/箱时,才能使 B 种糖心苹果每天的销售利润为 96 元.

阶段小测（三）

1.A **2.**A **3.**C **4.**B **5.**D **6.**B

7.$x^2-2x+1=0$(答案不唯一) **8.**-3 **9.**$>$ **10.**2 或 4

11.解:(1)$x_1=\frac{5}{3}$,$x_2=-1$.

(2)$x_1=3+\sqrt{19}$,$x_2=3-\sqrt{19}$.

(3)$x_1=-5$,$x_2=7$.

12.解:(1)乙 原方程常数项移项时未变号

(2)$a=1$,$b=4$,$c=3$.

$\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times 1\times 3=4$.

方程有两个不等的实数根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{2\times 1}$,

即 $x_1=-1$,$x_2=-3$.

13.解:(1)因为方程有两个不等的实数根,

所以 $\Delta=[-(2k+1)]^2-4(k^2+1)=4k^2+4k+1-4k^2-4=4k-3>0$,所以 $k>\frac{3}{4}$.

(2)因为 $k>\frac{3}{4}$,所以 $x_1+x_2=2k+1>0$.

又 $x_1x_2=k^2+1>0$,所以 $x_1>0$,$x_2>0$.

所以 $|x_1+x_2|=x_1+x_2=2k+1$.

因为 $|x_1+x_2|=x_1x_2$,所以 $2k+1=k^2+1$,

所以 $k_1=0$,$k_2=2$.

又 $k>\frac{3}{4}$,所以 $k=2$.

14.解:(1)$(24-3x)$

(2)由题意,得 $x(24-3x)=45$,解得 $x_1=3$,$x_2=5$.

当 $x=3$ 时,$24-3x=15>14$,不合题意,舍去;

当 $x=5$ 时,$24-3x=9<14$,符合题意.

答:花圃的长为 9 m,宽为 5 m.

(3)不能.理由如下:

假设花圃的面积能达到 60 m²,

则可得方程 $x(24-3x)=60$.

整理,得 $x^2-8x+20=0$.

因为 $\Delta=(-8)^2-4\times 1\times 20=-16<0$,所以方程无实数根,

所以花圃的面积不能达到 60 m².

阶段小测（四）

1.A **2.**D **3.**C **4.**A **5.**D **6.**B **7.**(0,2) **8.**$a>0$

9.$y=(x-1)^2$ **10.**$-8<y\leq 1$

11.$S=-3x^2+18x$ **12.**$\frac{1}{16}\leq a\leq 4$

13.解:(1)由 $y=(k+2)x^{k^2+k-4}$ 是二次函数,且当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大,得 $k^2+k-4=2$,$k+2>0$,所以 $k=2$.

(2)由(1)得二次函数的解析式为 $y=4x^2$,该二次函数图象的顶点坐标是(0,0),对称轴是 y 轴.

14.解:(1)由题意,可得 $5=\frac{1}{2}\times(3-1)^2+k$,解得 $k=3$.

(2)因为二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2+k$ 的图象开口向上,对称轴是直线 $x=1$,

所以在对称轴右侧,y 随 x 的增大而增大.

因为 $3\leq x\leq 5$,所以当 $x=3$ 时,该函数取得最小值.

所以 $3=\frac{1}{2}\times(3-1)^2+k$,解得 $k=1$.

15.解:因为将抛物线 $y=mx^2+n$ 向下平移 6 个单位长度,得到抛物线 $y=-x^2+3$,所以 $m=-1$,$n-6=3$.所以 $n=9$.

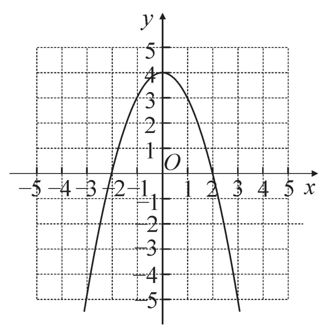
所以原抛物线的解析式为 $y=-x^2+9$.

所以顶点 P 的坐标为(0,9).

令 $y=0$,则 $0=-x^2+9$,解得 $x_1=3$,$x_2=-3$.

所以 $AB=6$,所以 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}AB\cdot|y_P|=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$.

16.解:(1)如图所示.



(2)上 4 (3)$-5\leq y\leq 4$

(4)因为 $h=3$,

所以二次函数为 $y=-(x-3)^2$.

因为 $2\leq x\leq 5$,

所以当 $x=3$ 时,该二次函数有最大值,最大值为 0.

(5)因为当自变量 x 满足 $2\leq x\leq 5$ 时,二次函数 $y=-(x-h)^2$(h 为常数)的最大值为 -1,

所以若 $h>5$,则当 $x=5$ 时,y 最大,此时 $-(5-h)^2=-1$,

解得 $h_1=4$(舍去),$h_2=6$.

若 $h<2$,则当 $x=2$ 时,y 最大,此时 $-(2-h)^2=-1$,

解得 $h_1=1$,$h_2=3$(舍去).

若 $2\leq h\leq 5$,则最大值为 0,不符合题意.

综上所述,h 的值是 6 或 1.

阶段小测（五）

1.A **2.**A **3.**B **4.**A **5.**B **6.**D **7.**$(-1,1)$

8.$x_1=1$,$x_2=-3$ **9.**$y=-2x^2+4x+6$

10.$y_2<y_1<y_3$ **11.**6

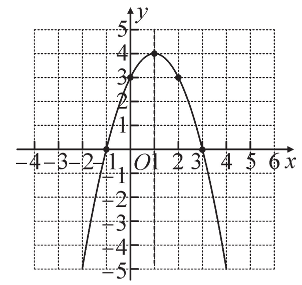
12.解:(1)因为 $y=-x^2+2x+3=-(x^2-2x)+3=-(x^2-2x+1)+4=-(x-1)^2+4$,

所以该二次函数的顶点式为 $y=-(x-1)^2+4$.

(2)列表如下:

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	0	3	4	3	0	…

描点画图如图所示.



(3)$-5<y\leq 4$

13.解:(1)因为二次函数 $y=x^2-3x+c$ 的图象经过点 $A(0,4)$,

所以 $c=4$.所以二次函数的解析式为 $y=x^2-3x+4$.

(2)因为点 $P(m,n)$ 在二次函数 $y=x^2-3x+4$ 的图象上,

所以 $n=m^2-3m+4$.

所以 $m+n=m+m^2-3m+4=m^2-2m+4=(m-1)^2+3$.

因为 $1>0$,所以 $m+n$ 的最小值为 3.

14.解:(1)4 -3 1 (2)$x<0$ 或 $x>3$

(3)抛物线的解析式为 $y_1=-x^2+4x-3$.

当 $y=0$ 时,$-x^2+4x-3=0$,解得 $x_1=1$,$x_2=3$.

所以 $A(1,0)$.所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times(3-1)\times 3=3$.

15.解:(1)根据题意可得,篮圈中心的横坐标为 $4-2.5=1.5$,

在 $y=-0.2x^2+3.5$ 中,令 $x=1.5$,得

$y=-0.2\times 1.5^2+3.5=3.05$,

所以篮圈中心的纵坐标为 3.05,

所以篮圈中心到地面的距离为 3.05 m.

(2)设球出手时,他跳离地面的高度是 h m,则出手点的坐标为 $(-2.5,1.8+0.25+h)$,

所以 $1.8+0.25+h=-0.2\times(-2.5)^2+3.5$,解得 $h=0.2$,

所以球出手时,他跳离地面的高度是 0.2 m.

(3)两名运动员之间的距离不能超过 1 m. 【解析】在 $y=-0.2x^2+3.5$ 中,令 $y=3.05$,得 $3.05=-0.2x^2+3.5$,解得 $x_1=1.5$(舍去),$x_2=-1.5$.因为 $-1.5-(-2.5)=1$,所以两名运动员之间的距离不能超过 1 m.

阶段小测（六）

1.B **2.**A **3.**D **4.**C **5.**A **6.**C **7.**-1

8.$x_1=3$,$x_2=1$ **9.**$>$ **10.**2.7 m

11.解：(1)当 $x=0$ 时，$y=5$，所以函数的图象与 y 轴交点的坐标为(0,5).

把(−1,0),(5,0)代入 $y=ax^2+bx+5$，

得$\begin{cases}a-b+5=0,\\25a+5b+5=0,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=-1,\\b=4.\end{cases}$

所以该函数的解析式为 $y=-x^2+4x+5$.

(2)因为 $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$，

所以该函数图象的顶点坐标为(2,9).

12.解：(1)因为二次函数的图象与 x 轴有两个交点，

所以方程 $-x^2+2x+m=0$ 有两个不等的实数根.

所以 $\Delta=2^2-4\times(-1)\times m>0$，所以 $m>-1$.

所以 m 的取值范围是 $m>-1$.

(2)因为函数图象与 x 轴只有一个交点，

所以方程 $-x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根.

所以 $\Delta=2^2-4\times(-1)\times m=0$，所以 $m=-1$.

所以 $y=-x^2+2x-1=-(x-1)^2$.

所以该二次函数图象开口向下，对称轴为直线 $x=1$.

所以当 $-2\leqslant x\leqslant 1$ 时，y 随 x 的增大而增大.

因为当 $x=-2$ 时，$y=-9$；当 $x=1$ 时，$y=0$，

所以 y 的取值范围为 $-9\leqslant y\leqslant 0$.

13.解：(1) $y=-10x^2+400x+5\,000$

(2)由题意，可得 $-10x^2+400x+5\,000=8\,750$，

所以 $x^2-40x+375=0$，

解得 $x_1=25$，$x_2=15$.

因为 $50+25=75>72$，所以 $x=25$ 不符合题意，舍去.

因为 $50+15=65<72$，所以 $x=15$ 符合题意.

所以每箱苹果的售价应定为 65 元.

(3)因为 $y=-10x^2+400x+5\,000=-10(x-20)^2+9\,000$，$-10<0$，所以当 $x=20$ 时，y 有最大值，为 9 000，此时 $20+50=70$(元).

所以当每箱苹果的售价定为 70 元时，每天可获得最大利润，最大利润是 9 000 元.

14.解：(1)因为该抛物线经过点(4,3)，

所以 $4^2-16m+2m+1=3$，解得 $m=1$.

所以 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$，

所以此抛物线的顶点坐标为(2,−1).

(2)因为 $y=x^2-4mx+2m+1=(x-2m)^2-4m^2+2m+1$，

所以此抛物线的对称轴为直线 $x=2m$，开口向上.

因为 $2m-3\leqslant x\leqslant 2m+1$，

所以 $2m-(2m-3)=3$，$(2m+1)-2m=1$.

所以当 $x=2m-3$ 时，y 取最大值 4，

所以 $(2m-3-2m)^2-4m^2+2m+1=4$，

解得 $m_1=\frac{3}{2}$，$m_2=-1$.

所以 m 的值为 $\frac{3}{2}$ 或 −1.

阶段小测（七）

1.D **2.**D **3.**A **4.**D **5.**C **6.**A **7.**(−3,5) **8.**I

9.(−4,−5) **10.**3

11.解：∵△ABC 绕点 A 顺时针旋转 25°得到△ADE，

∴∠FAB=25°，$AC=AE=3$.

∵∠B=20°，

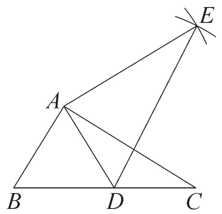
∴∠AFC=∠FAB+∠B=25°+20°=45°.

∵∠C=90°，∴∠CAF=90°−∠AFC=45°.

∴∠CAF=∠AFC.∴$CF=AC=3$.

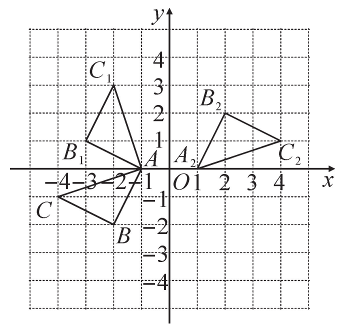
在 Rt△ACF 中，$AF=\sqrt{AC^2+CF^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$.

12.解：如图，△ADE 即为所求.



13.解：(1)如图，△$A_1B_1C_1$ 即为所求，点 B_1 的坐标为(−3,1).

(2)如图，△$A_2B_2C_2$ 即为所求.



(3)(0,−1)

14.(1)AE 90

(2)证明：由旋转的性质，得∠BAC=∠DAE=90°，$AD=AE$，

∴∠BAC−∠DAC=∠DAE−∠DAC，即∠BAD=∠CAE.

又 $AB=AC$，∴△ABD≌△ACE(SAS).∴$BD=CE$.

∴$BC=CD+BD=CD+CE$.

(3)解：$BD=9$. **【解析】**由旋转的性质，得∠BAC=∠DAE=90°，$AD=AE=6$，∴ $DE=\sqrt{AD^2+AE^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，∠$ADE=\frac{1}{2}$(180°−∠$DAE$)=45°，∠$BAC$+∠$CAD$=∠$DAE$+∠$CAD$，即∠$BAD$=∠$CAE$. 又 $AB=AC$，∴△ABD≌△ACE(SAS). ∴ $BD=CE$. ∵ ∠ADC=45°，∴∠EDC=∠ADC+∠ADE=90°. 又 $CD=3$，∴ $CE=\sqrt{CD^2+DE^2}=\sqrt{3^2+(6\sqrt{2})^2}=9$.∴$BD=9$.

阶段小测（八）

1.B **2.**D **3.**B **4.**D **5.**D **6.**C **7.**$0<x\leqslant 10$ **8.**76° **9.**6

10.120° **11.**$2\sqrt{3}$

12.解：∵BD 是⊙O 的直径，∴∠BAD=90°.

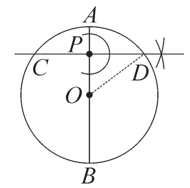
∵$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$，∴$AB=AD$，

∴∠B=∠$D=\frac{1}{2}$(180°−∠BAD)$=\frac{1}{2}\times$(180°−90°)=45°.

∵∠$DAC=\frac{1}{2}$∠$COD=\frac{1}{2}\times$126°=63°，

∴∠AGB=∠DAC+∠D=63°+45°=108°.

13.解：(1)如图，弦 CD 即为所求.



(2)如图，连接 OD.

∵P 是弦 CD 的中点，AB 是⊙O 的直径，

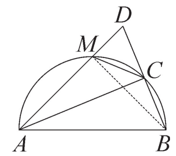
∴$PD=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times16=8$，∠$OPD$=90°.

设⊙O 的半径为 r，则 $OD=r$，$OP=OA-AP=r-4$.

在 Rt△ODP 中，由勾股定理，得 $OD^2=OP^2+PD^2$，

即 $r^2=(r-4)^2+8^2$，解得 $r=10$，即⊙O 的半径为 10.

14.(1)解：如图，连接 BM.



∵AB 是半圆的直径，∴∠AMB=90°.

∵M 是半圆的中点，

∴$\overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{AM}$.∴$BM=AM=1$.

∴$AB=\sqrt{AM^2+BM^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.

(2)证明：∵$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{BM}$，∴∠$ACM$=∠$MAB$.

∵∠MAB+∠MCB=180°，∠DCM+∠MCB=180°，

∴∠MAB=∠DCM.∴∠ACM=∠DCM.

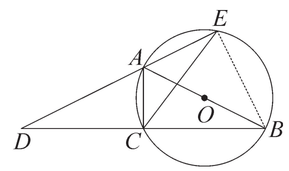
15.(1)证明：∵AB 是⊙O 的直径，∴∠ACB=90°，即 $AC\perp BD$.

∵$CD=BC$，∴AC 垂直平分 BD.

∴$AD=AB$.∴∠D=∠ABC.

∵∠ABC=∠AEC，∴∠D=∠AEC.

(2)解：如图，连接 BE.



∵AB 是⊙O 的直径，

∴∠AEB=90°.

∵$AB=AD=5$，$AE=3$，

∴$BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

在 Rt△BDE 中，$DE=AD+AE=5+3=8$，

∴$BD=\sqrt{DE^2+BE^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$.

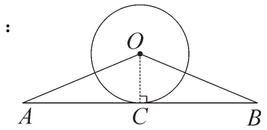
∵$CD=BC$，∴$CE=\frac{1}{2}BD=2\sqrt{5}$.

阶段小测（九）

1.A **2.**A **3.**D **4.**C **5.**D **6.**B **7.**圆上

8.∠TAC=∠B(答案不唯一) **9.**2 **10.**$5\sqrt{3}$ 或 $5\sqrt{2}$

11.解：直线 AB 与⊙O 相切.理由如下：



如图，过点 O 作 $OC\perp AB$ 于点 C.

∵$OA=OB=13$，$AB=24$，

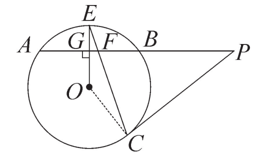
∴$AC=BC=\frac{1}{2}AB=12$.

∴$OC=\sqrt{OA^2-AC^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$.

∵⊙O 的半径为 5，∴OC 为⊙O 的半径，

∴直线 AB 与⊙O 相切.

12.证明：如图，连接 OC.



∵PC 与⊙O 相切，

∴∠OCP=90°.

∴∠OCF+∠PCF=90°.

∵$OE\perp AB$，∴∠EGF=90°.

∴∠E+∠EFG=90°.

∵$OE=OC$，∴∠E=∠OCF.∴∠EFG=∠PCF.

又∠EFG=∠PFC，∴∠PCF=∠PFC.∴$PC=PF$.

13.(1)证明：∵AB，BC 分别与⊙O 相切于点 E，F，

∴BO 平分∠ABC.∴∠$OBC=\frac{1}{2}$∠ABC.

同理可得∠$OCB=\frac{1}{2}$∠DCB.

∵AB∥CD，∴∠ABC+∠DCB=180°.

∴∠OBC+∠$OCB=\frac{1}{2}$(∠ABC+∠DCB)$=\frac{1}{2}\times$180°=90°.

∴∠BOC=90°，即 $BO\perp CO$.

(2)解：由(1)知∠BOC=90°.

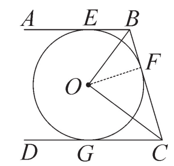
在 Rt△BOC 中，∵BO=6 cm，CO=8 cm，

∴$BC=\sqrt{BO^2+CO^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$(cm).

由切线长定理，得 $BE=BF$，$CG=CF$，

∴$BE+CG=BF+CF=BC$=10 cm.

如图，连接 OF.

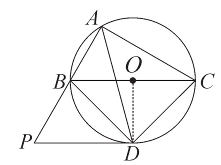


在 Rt△BOC 中，$S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}BO\cdot CO=\frac{1}{2}BC\cdot OF$，

∴$OF=\frac{BO\cdot CO}{BC}=\frac{6\times8}{10}=\frac{24}{5}$(cm).

∴⊙O 的半径为$\frac{24}{5}$ cm.

14.(1)证明：如图，连接 OD.



∵圆心 O 在 BC 上，

∴BC 是⊙O 的直径，∴∠BAC=90°.

∵AD 平分∠BAC，

∴∠BAC=2∠DAC.

∵∠DOC=2∠DAC，

∴∠DOC=∠BAC=90°，即 $OD\perp BC$.

∵PD∥BC，∴易得 $PD\perp OD$.

∵OD 为⊙O 的半径，∴PD 是⊙O 的切线.

(2)解：在 Rt△ABC 中，由勾股定理，得

$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

∵$OD\perp BC$，$OB=OC$，∴OD 垂直平分 BC，∴$BD=CD$.

∵BC 为⊙O 的直径，∴∠BDC=90°.

在 Rt△DBC 中，$BD^2+CD^2=BC^2$，即 $2BD^2=BC^2=25$.

∴$BD=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

阶段小测（十）

1.A **2.**D **3.**D **4.**C **5.**C **6.**D

7.1(答案不唯一，满足大于 0 且不大于 2 即可)

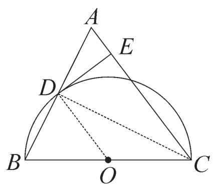
8. $67.5°$　**9.** 0.8 m　**10.** $5\sqrt{2}$

11. 解：设圆锥的底面圆半径为 r，则 $2\pi r=6\pi$，解得 $r=3$.

设扇形 OAB 的半径为 R，则 $\frac{120\pi R}{180}=6\pi$，解得 $R=9$.

∴圆锥的底面圆半径为 3，侧面积为 $\frac{1}{2}\times6\pi\times9=27\pi$.

12. 证明：如图，连接 OD，CD.



∵DE 是⊙O 的切线，∴$\angle ODE=90°$.

∴$\angle ODC+\angle EDC=90°$.

∵BC 为⊙O 的直径，∴$\angle BDC=90°$，

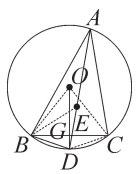
∴$\angle ADC=180°-\angle BDC=90°$.

∴$\angle ADE+\angle EDC=90°$. ∴$\angle ADE=\angle ODC$.

∵$AC=BC$，$CD\perp AB$，∴$\angle ACB=2\angle OCD$.

∵$OD=OC$，∴$\angle ODC=\angle OCD$，∴$\angle ACB=2\angle ADE$.

13. (1) 证明：如图，连接 BE.



∵点 E 是△ABC 的内心，

∴$\angle ABE=\angle CBE$，$\angle BAD=\angle CAD$.

∵$\angle CAD=\angle CBD$，∴$\angle BAD=\angle CBD$.

∴$\angle BAD+\angle ABE=\angle CBD+\angle CBE$.

∴$\angle BED=\angle DBE$. ∴$BD=DE$.

(2) 解：如图，连接 OB，OC，CD.

由(1)知 $\angle BAD=\angle CAD$，∴$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$，∴$BD=CD$.

又 $OB=OC$，∴OD 垂直平分 BC.

∴$BG=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times10=5$.

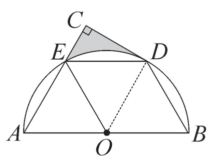
设⊙O 的半径为 x，则 $OD=OB=x$，$OG=OD-DG=x-2$.

在 Rt△OBG 中，由勾股定理，可得 $OG^2+BG^2=OB^2$，

∴$(x-2)^2+5^2=x^2$，解得 $x=\frac{29}{4}$.

∴⊙O 的半径为 $\frac{29}{4}$.

14. (1) 证明：如图，连接 OD.



∵$DC\perp AE$，∴$\angle C=90°$.

∵四边形 $BDEO$ 是平行四边形，

∴$DE=OB$，$DE\parallel OB$.

∵$OA=OB$，∴$DE=OA$.

∴四边形 $ODEA$ 是平行四边形.

∴$AE\parallel OD$. ∴$\angle C+\angle ODC=180°$.

∴$\angle ODC=180°-\angle C=90°$，即 $CD\perp OD$.

又 OD 是半圆 O 的半径，∴CD 是半圆 O 的切线.

(2) 解：由(1)知四边形 $ODEA$ 是平行四边形.

∵$OD=OA$，∴▱$ODEA$ 是菱形.

∴$AE=DE=OD=OA$.

∴$OD=OE=DE$. ∴△ODE 是等边三角形.

∴$\angle ODE=\angle DOE=60°$.

∴$\angle CDE=\angle ODC-\angle ODE=90°-60°=30°$. ∴$DE=2CE$.

∵$AC=9$，∴$AE+CE=9$. ∴$DE+CE=9$，即 $3CE=9$.

∴$CE=3$，$DE=6$.

∴$OD=6$，$CD=\sqrt{DE^2-CE^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$.

∴阴影部分的面积为 $S_{梯形CEOD}-S_{扇形ODE}=\frac{1}{2}\times(3+6)\times3\sqrt{3}-\frac{60\pi\times6^2}{360}=\frac{27\sqrt{3}}{2}-6\pi$.

阶段小测（十一）

1. C　**2.** B　**3.** B　**4.** C　**5.** A　**6.** $\frac{2}{3}$　**7.** 0.9　**8.** $\frac{1}{6}$　**9.** $\frac{1}{2}$

10. 解：(1) 黑

(2) 放入 4 个红球、2 个黑球. 理由如下：

因为另外拿红球和黑球一共 6 个放入袋中，

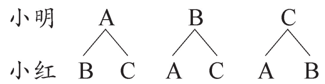
所以袋中共有 $5+7+6=18$（个）球.

因为要让摸到红球和摸到黑球的可能性相等，

所以放入 6 个球后袋中黑球和红球的数量相等，都为 9 个.

所以应放入 4 个红球、2 个黑球.

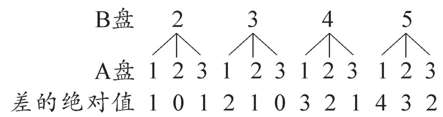
11. 解：根据题意，可以画出如下的树状图：



由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 6 种，这些结果出现的可能性相等. 其中抽取的两本书中有《九章算术》的结果有 4 种，所以抽取的两本书中有《九章算术》的概率为 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

12. 解：这个游戏对双方公平. 理由如下：

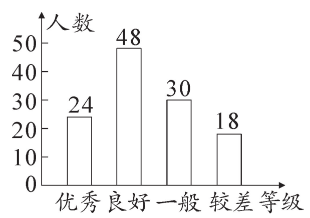
根据题意，可以画出如下的树状图：



由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 12 种，这些结果出现的可能性相等. 其中两次数字之差的绝对值为奇数的结果有 6 种，两次数字之差的绝对值为偶数的结果有 6 种，所以小明胜的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，小亮胜的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$. 因为 $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，所以这个游戏对双方公平.

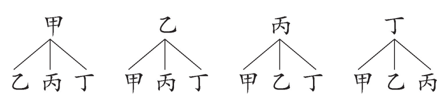
13. 解：(1) $72°$

抽取的学生总人数为 $30\div25\%=120$，"良好"对应的学生人数为 $120\times40\%=48$. 补全条形统计图如图所示.



(2) 136

(3) 根据题意，可以画出如下的树状图：



由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 12 种，这些结果出现的可能性相等. 其中选中的两名同学恰好是甲、丁的结果有 2 种，所以选中的两名同学恰好是甲、丁的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

《随堂小练》册

第二十一章　一元二次方程

21.1　一元二次方程

【新知梳理】

一个　2　a　一次项　b　c　相等

【随堂练习】

1. A　**2.** B　**3.** $2x^2-3x-1=0$　2　-3　**4.** $m\neq1$　**5.** 3

6. $\frac{1}{2}x(x-5)=12$

21.2　解一元二次方程

21.2.1　配方法

第 1 课时　用直接开平方法解一元二次方程

【新知梳理】

(1) $-\sqrt{p}$　$\sqrt{p}$　(2) 0　(3) 无

【随堂练习】

1. D　**2.** D　**3.** $x_1=2$，$x_2=-2$　**4.** $m\geqslant-2$

5. 解：(1) 移项，得 $(x+2)^2=36$.

直接开平方，得 $x+2=\pm6$，即 $x_1=4$，$x_2=-8$.

(2) 直接开平方，得 $4x-1=\pm9$，即 $x_1=\frac{5}{2}$，$x_2=-2$.

第 2 课时　用配方法解一元二次方程

【新知梳理】

完全平方　降次　一元一次方程

【随堂练习】

1. A　**2.** C　**3.** B

4. (1) 25　5　(2) $\frac{9}{4}$　$\frac{3}{2}$　(3) $\frac{4}{25}$　$\frac{2}{5}$

5. 2　3

6. 解：(1) $x_1=3$，$x_2=9$.

(2) $x_1=1$，$x_2=-8$.

(3) $x_1=2+\frac{\sqrt{14}}{2}$，$x_2=2-\frac{\sqrt{14}}{2}$.

(4) 方程无实数根.

(5) $x_1=3+\sqrt{3}$，$x_2=3-\sqrt{3}$.

21.2.2　公式法

第 1 课时　一元二次方程根的判别式

【新知梳理】

1. b^2-4ac　b^2-4ac　**2.** 不等　相等　无

【随堂练习】

1. C　**2.** A　**3.** B

4. A　[变式题组] (1) D　(2) $k\geqslant-3$ 且 $k\neq1$

5. 解：(1) $a=2$，$b=1$，$c=-6$.

$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times2\times(-6)=49>0$.

故方程有两个不等的实数根.

(2) 方程化为 $3x^2-4\sqrt{3}x+4=0$.

$a=3$，$b=-4\sqrt{3}$，$c=4$.

$\Delta=b^2-4ac=(-4\sqrt{3})^2-4\times3\times4=0$.

故方程有两个相等的实数根.

(3) 方程化为 $5x^2-7x+5=0$.

$a=5$，$b=-7$，$c=5$.

$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times5\times5=-51<0$.

故方程无实数根.

第 2 课时　用公式法解一元二次方程

【新知梳理】

1. $\geqslant0$　$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$　**2.** 求根公式

【随堂练习】

1. D　**2.** C　**3.** D　**4.** $3x^2+7x+1=0$

5. 解：(1) $a=1$，$b=-2$，$c=-5$.

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-5)=24>0$.

方程有两个不等的实数根

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{24}}{2\times1}=1\pm\sqrt{6}$，

即 $x_1=1+\sqrt{6}$，$x_2=1-\sqrt{6}$.

(2) $a=4$，$b=-4\sqrt{3}$，$c=3$.

$\Delta=b^2-4ac=(-4\sqrt{3})^2-4\times4\times3=0$.

方程有两个相等的实数根 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4\sqrt{3}}{2\times4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(3) 方程化为 $2x^2+5x-1=0$.

$a=2$，$b=5$，$c=-1$.

$\Delta=b^2-4ac=5^2-4\times2\times(-1)=33>0$.

方程有两个不等的实数根

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$，

即 $x_1=\frac{-5+\sqrt{33}}{4}$，$x_2=\frac{-5-\sqrt{33}}{4}$.

(4) 方程化为 $6x^2+x+1=0$.

$a=6$，$b=1$，$c=1$.

$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times6\times1=-23<0$.

方程无实数根.

21.2.3　因式分解法

【新知梳理】

一次式　一次式　=0　=0

【随堂练习】

1. D　**2.** A　**3.** 不正确　**4.** 15

5. 解：(1) 因式分解，得 $x(x+6)=0$.

于是得 $x=0$，或 $x+6=0$，$x_1=0$，$x_2=-6$.

(2) 因式分解，得 $(3x+7)(3x-7)=0$.

于是得 $3x+7=0$，或 $3x-7=0$，

$x_1=-\frac{7}{3}$，$x_2=\frac{7}{3}$.

(3) 移项，得 $3x(x-2)-(x-2)=0$.

因式分解，得 $(x-2)(3x-1)=0$.

于是得 $x-2=0$，或 $3x-1=0$，

$x_1=2$，$x_2=\frac{1}{3}$.

(4) 方程化为 $x^2+8x+16=0$.

因式分解，得$(x+4)^2=0$.

于是得 $x+4=0$，$x_1=x_2=-4$.

6. 解：(1)移项，得 $x^2-2x=4$.

配方，得 $x^2-2x+1^2=4+1^2$，$(x-1)^2=5$.

由此可得 $x-1=\pm\sqrt{5}$，$x_1=1+\sqrt{5}$，$x_2=1-\sqrt{5}$.

(2)因式分解，得$(y-1)(y-1-2y)=0$，

即$(y-1)(-y-1)=0$.

于是得 $y-1=0$，或 $-y-1=0$，$y_1=1$，$y_2=-1$.

(3)$a=2$，$b=-7$，$c=1$.

$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times2\times1=41>0$.

方程有两个不等的实数根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-7)\pm\sqrt{41}}{2\times2}$

$=\frac{7\pm\sqrt{41}}{4}$，

即 $x_1=\frac{7+\sqrt{41}}{4}$，$x_2=\frac{7-\sqrt{41}}{4}$.

*21.2.4 一元二次方程的根与系数的关系

【新知梳理】

$-p$ q $-\frac{b}{a}$ $\frac{c}{a}$

【随堂练习】

1. D **2.** D **3.** 2 **4.** 2

5. 解：(1)设方程的两个根分别为 x_1，x_2，

则 $x_1+x_2=7$，$x_1x_2=-5$.

(2)设方程的两个根分别为 x_1，x_2.

则 $x_1+x_2=-\frac{4}{5}$，$x_1x_2=-\frac{13}{5}$.

6. (1)证明：因为 $x^2-(m-4)x-2m=0$，

所以 $\Delta=[-(m-4)]^2-4\cdot(-2m)=m^2+16>0$，

所以无论 m 取何值，该方程总有两个不等的实数根.

(2)解：因为该方程的两个实数根的和为0，

所以 $m-4=0$，解得 $m=4$.

21.3 实际问题与一元二次方程

第1课时 传播问题、数字问题与循环问题

【新知梳理】

$x-2$ $x+2$

【随堂练习】

1. A **2.** C **3.** 6 **4.** 92或29

5. 解：设平均一只小鸡传染了 x 只小鸡.

由题意，得 $1+x+x(1+x)=196$.

整理，得$(x+1)^2=196$.

解得 $x_1=13$，$x_2=-15$(不合题意，舍去).

答：平均一只小鸡传染了13只小鸡.

第2课时 平均变化率问题与销售问题

【新知梳理】

单件进价 销售量

【随堂练习】

1. B **2.** 13

3. 解：设每个月生产成本的下降率为 x.

根据题意，得 $400(1-x)^2=361$.

解得 $x_1=0.05=5\%$，$x_2=1.95$(不合题意，舍去).

答：每个月生产成本的下降率为5%.

4. 解：(1)当该商品每件的售价降低6元时，每天的销售量为 $20+2\times6=32$(件)，每件的利润为 $125-6-100=19$(元)，所以每天的利润为 $19\times32=608$(元).

答：当该商品每件的售价降低6元时，每天的利润为608元.

(2)设该商品每件的售价降低 x 元.

由题意，得$(125-x-100)(20+2x)=600$.

整理，得 $x^2-15x+50=0$.

解得 $x_1=10$，$x_2=5$.

因为商场想让顾客得到更多的实惠，所以 $x=10$.

答：当该商品每件的售价降低10元时，商场通过销售这种商品每天的利润可达到600元.

第3课时 几何图形的面积问题

【随堂练习】

1. D **2.** 10 **3.** 1

4. 解：(1)设 AB 的长度为 x m，则 BC 的长度为$(40-2x)$m.

依题意，得 $x(40-2x)=150$.

整理，得 $x^2-20x+75=0$.

解得 $x_1=5$，$x_2=15$.

当 $x=5$ 时，$40-2x=30>25$，不合题意，舍去；

当 $x=15$ 时，$40-2x=10<25$，符合题意.

故要使矩形花园的面积为150 m^2，则 AB 的长度为15 m.

(2)这个提议不可行.理由如下：

设 AB 的长度为 y m，则 BC 的长度为$(40-2y)$m.

依题意，得 $y(40-2y)=210$.

整理，得 $y^2-20y+105=0$.

因为 $\Delta=(-20)^2-4\times1\times105=-20<0$，

所以该方程无实数根.

故不能围成面积为210 m^2 的矩形花园，这个提议不可行.

第二十二章 二次函数

22.1 二次函数的图象和性质

22.1.1 二次函数

【新知梳理】

二次函数 二次项 一次项 ②2 ③不为0

【随堂练习】

1. C **2.** A **3.** B [变式题] 2 **4.** C **5.** $y=x^2+6x$

6. 解：(1)依题意得 $y=100(1+x)(1+x)$，即 $y=100(1+x)^2$.

(2)当 $x=20\%$ 时，$y=100\times(1+20\%)^2=144$.

答：当 $x=20\%$ 时，今年的总产值为144万元.

22.1.2 二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

【新知梳理】

上 下 减小 增大 增大 减小 0 0

【随堂练习】

1. B **2.** B **3.** B **4.** D

5. 解：(1)将 $A(-2,-6)$ 代入 $y=ax^2$，

可得 $4a=-6$，解得 $a=-\frac{3}{2}$，则 $y=-\frac{3}{2}x^2$.

当 $x=-1$ 时，$y=-\frac{3}{2}\times(-1)^2=-\frac{3}{2}\neq-3$，

所以点 $B(-1,-3)$ 不在此抛物线上.

(2)将 $P(m,-9)$ 代入 $y=-\frac{3}{2}x^2$，

得 $-\frac{3}{2}m^2=-9$，解得 $m_1=\sqrt{6}$，$m_2=-\sqrt{6}$.

则点 P 的坐标为$(\sqrt{6},-9)$或$(-\sqrt{6},-9)$.

22.1.3 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

第1课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质

【新知梳理】

1. 上 下 0 k 减小 增大 增大 减小 k k

【随堂练习】

1. C **2.** B **3.** $y=-2x^2+1$ **4.** >

5. 解：(1)因为二次函数 $y=ax^2+4$ 的图象经过点 $A(-1,1)$，

所以 $a+4=1$，解得 $a=-3$，

所以这个二次函数的解析式为 $y=-3x^2+4$.

(2)当 $x=2$ 时，$y=-3\times2^2+4=-8$.

所以当 $x=2$ 时函数 y 的值为 -8.

第2课时 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质

【新知梳理】

1. 上 下 h 0 减小 增大 增大 减小 0 0

【随堂练习】

1. B **2.** C **3.** C

4. 解：(1)3

(2)由(1)可得 $y=-2(x+3)^2$.

因为点 $P(1,m)$ 在该二次函数的图象上，

所以 $m=-2\times(1+3)^2=-32$.所以点 P 的坐标为$(1,-32)$.

第3课时 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

【新知梳理】

1. 上 下 h k 减小 增大 增大 减小 k k

【随堂练习】

1. $(1,-3)$ **2.** D **3.** B

4. 解：(1)由题意，得$(1-3)^2a+2=-2$，解得 $a=-1$.

所以 a 的值为 -1.

(2)因为 $y=-(x-3)^2+2$，

所以当 $x<3$ 时，y 随 x 的增大而增大.

因为点 $A(m,y_1)$，$B(n,y_2)(m<n<3)$ 都在该抛物线上，

所以 $y_1<y_2$.

22.1.4 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

第1课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

【新知梳理】

上 下 $-\frac{b}{2a}$ $-\frac{b}{2a}$ $\frac{4ac-b^2}{4a}$ $-\frac{b}{2a}$ 减小 $-\frac{b}{2a}$ 增大 $-\frac{b}{2a}$ 增大 $-\frac{b}{2a}$ 减小 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ $\frac{4ac-b^2}{4a}$

【随堂练习】

1. D **2.** B **3.** $y=(x+1)^2+4$

4. 解：(1)因为二次函数 $y=ax^2+4x+2$ 的图象经过点 $A(3,-4)$，

所以 $9a+12+2=-4$，所以 $a=-2$.

(2)因为 $y=-2x^2+4x+2=-2(x-1)^2+4$，

所以该二次函数图象的顶点为$(1,4)$.

(3)函数值 y 随 x 的增大而减小时，自变量 x 的取值范围是 $x>1$.

第2课时 用待定系数法求二次函数的解析式

【新知梳理】

$y=a(x-h)^2+k$ $y=a(x-x_1)(x-x_2)$

【随堂练习】

1. A **2.** C **3.** A **4.** $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$ **5.** $y=x^2-\frac{7}{3}x-2$

6. 解：因为当 $x=1$ 时，二次函数的最小值为 -4，

所以二次函数的图象的顶点为$(1,-4)$.

所以二次函数的解析式可设为 $y=a(x-1)^2-4(a\neq0)$.

因为二次函数的图象经过点$(3,0)$，

所以 $a\times(3-1)^2-4=0$，解得 $a=1$.

所以该二次函数的解析式为 $y=(x-1)^2-4$.

22.2 二次函数与一元二次方程

【新知梳理】

1. 不等 两 相等 一 没有 没有

2. 纵坐标 纵坐标

【随堂练习】

1. D **2.** B **3.** B **4.** -8 **5.** $x<-2$ 或 $x>4$

6. 证明：对于关于 x 的方程 $x^2-(m-3)x-m=0$，

因为 $\Delta=[-(m-3)]^2+4m=m^2-2m+9=(m-1)^2+8>0$，

所以该方程有两个不等的实数根.

所以无论 m 为何值，抛物线与 x 轴总有两个公共点.

22.3 实际问题与二次函数

第1课时 图形的面积问题

【随堂练习】

1. C **2.** (1)$\frac{1}{2}(60-3x)$ (2)150

3. 解：设 AM 的长为 x m，截取的两块相邻的正方形板料的总面积为 y m^2，则 MB 的长为$(2-x)$m.

根据题意，得 $y=x^2+(2-x)^2=2(x-1)^2+2$.

因为 $2>0$，所以当 $x=1$ 时，y 最小.

所以当 AM 的长为1 m时，截取的两块相邻的正方形板料的总面积最小.

4. 解：(1)因为四边形 $ABCD$ 是矩形，所以 $AB=CD=x$ m，

所以 $BC=(80-2x)$m，

所以 $S=x(80-2x)=-2x^2+80x$.

因为 $AB>0$，且 $0<BC\leqslant50$，

所以 $\begin{cases}x>0,\\0<80-2x\leqslant50,\end{cases}$ 所以 $15\leqslant x<40$.

所以 $S=-2x^2+80x(15\leqslant x<40)$.

(2)$S=-2x^2+80x=-2(x-20)^2+800$.

因为 $-2<0$，且 $15\leqslant x<40$，

所以当 $x=20$ 时，S 有最大值800，

所以 $AB=20$ m，$BC=80-2\times20=40$(m)，

所以当 AB，BC 分别为 20 m，40 m 时，羊圈的面积最大，最大面积是 800 m^2.

第 2 课时　最大利润问题

【随堂练习】

1.A　2.1 250

3.解：(1)设 $y=kx+b$，则 $\begin{cases}30k+b=100,\\35k+b=50,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-10,\\b=400.\end{cases}$

所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-10x+400(20\leqslant x\leqslant 40)$.

(2)设销售该钢笔每天的利润为 W 元，则 $W=(x-20)(-10x+400)=-10x^2+600x-8\,000=-10(x-30)^2+1\,000$.

因为 $-10<0$，所以当 $x=30$ 时，W 最大，最大值为 1 000.

所以当该钢笔的销售单价为 30 元时，每天的利润最大，最大利润是 1 000 元.

4.解：(1)由题意，得

$y=(3-x)\left(50+\frac{x}{0.5}\times 25\right)=-50x^2+100x+150$,

即 y 与 x 之间的函数解析式是 $y=-50x^2+100x+150$.

(2)由(1)知 $y=-50x^2+100x+150=-50(x-1)^2+200$,

所以当 $x=1$ 时，y 取得最大值，此时 $y=200$.

答：若李大爷想让每天的利润最大化，应该降价 1 元销售，最大利润为 200 元.

第 3 课时　实物抛物线问题

【随堂练习】

1.B　2.20

3.解：(1)设此抛物线的解析式为 $y=ax^2(a\neq 0)$，拱顶 O 到水面 CD 的距离为 h m，则 $D(5,-h)$，$B(10,-h-3)$，

所以 $\begin{cases}25a=-h,\\100a=-h-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\frac{1}{25},\\h=1.\end{cases}$

所以此抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{25}x^2$.

(2)能通过.理由：当 $x=10$ 时，$y=-4$；

当 $x=\frac{8}{2}=4$ 时，$y=-\frac{16}{25}$.

因为 $-\frac{16}{25}-(-4)=\frac{84}{25}>2.5$,

所以在正常水位时，它能通过这座桥.

4.解：(1)由题意知抛物线的顶点为(3,3)，且经过点$\left(0,\frac{5}{3}\right)$，

设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=a(x-3)^2+3$.

把$\left(0,\frac{5}{3}\right)$代入，得 $a\times(0-3)^2+3=\frac{5}{3}$，解得 $a=-\frac{4}{27}$.

所以 y 关于 x 的函数解析式为 $y=-\frac{4}{27}(x-3)^2+3$.

(2)该女生在此次测试中能得满分.理由：

令 $y=0$，即 $-\frac{4}{27}(x-3)^2+3=0$,

解得 $x_1=7.5$，$x_2=-1.5$(不合题意，舍去).

所以该女生投掷过程中，实心球从起点到落地点的水平距离为 7.5 m.

因为 $7.5>6.70$，所以该女生在此次测试中能得满分.

第二十三章　旋转

23.1　图形的旋转

第 1 课时　旋转的概念及性质

【新知梳理】

1.旋转中心　旋转角　对应点

2.(1)相等　(2)旋转角　(3)全等

【随堂练习】

1.A　2.D　3.D　4.(1)B　120　(2)C'　90　5.4　6.75

第 2 课时　旋转作图

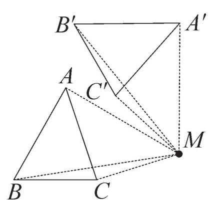
【新知梳理】

旋转角　相等　角

【随堂练习】

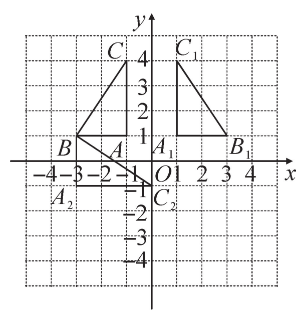
1.D　2.D　3.(-2,0)

4.解：如图，$\triangle A'B'C'$即为所求.



5.解：(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2)如图，$\triangle A_2BC_2$ 即为所求，点 A_2 的坐标为(-3,-1)，点 C_2 的坐标为(0,-1).



23.2　中心对称

23.2.1　中心对称

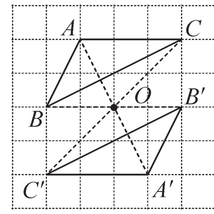
【新知梳理】

(1)对称中心　平分　(2)全等

【随堂练习】

1.C　2.30

3.解：如图，$\triangle A'B'C'$即为所求.



23.2.2　中心对称图形

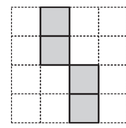
【新知梳理】

180°　重合　对称中心

【随堂练习】

1.D　2.D　3.2 cm^2

4.解：如图所示.



23.2.3　关于原点对称的点的坐标

【新知梳理】

1.相反　$-x$　$-y$

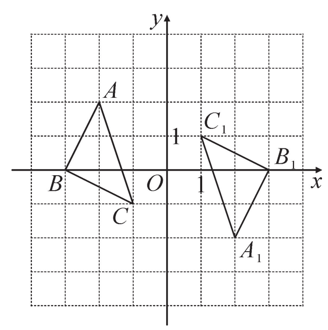
【随堂练习】

1.A　2.B　3.B　4.A　5.(4,-2)

6.解：∵点 $P(2x+y,1)$与点 $Q(-7,x-y)$关于原点对称，

∴$\begin{cases}2x+y-7=0,\\1+x-y=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

7.解：如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求，点 A_1，B_1，C_1 的坐标分别为(2,-2)，(3,0)，(1,1).



第二十四章　圆

24.1　圆的有关性质

24.1.1　圆

【新知梳理】

OA　端点 O　圆心　半径　定点 O　定长 r　线段

AB，AC　圆心　AB　$\overset{\frown}{AB}$　直径　大于　$\overset{\frown}{ABC}$，$\overset{\frown}{BAC}$　小于

$\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{BC}$　重合　半径　半径　重合

【随堂练习】

1.D　2.A　3.2　AB，AC　3　$\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{BC}$　4.76°

5.解：∵$OA\perp OB$，∴$\angle AOB=90°$.

∴$\angle A=90°-\angle B=90°-28°=62°$.

∵$OA=OC$，∴$\angle ACO=\angle A=62°$.

∵$\angle ACO=\angle BOC+\angle B$，

∴$\angle BOC=\angle ACO-\angle B=62°-28°=34°$.

24.1.2　垂直于弦的直径

【新知梳理】

1.轴对称　直径

2.平分　两条弧　$A'M$　$\overset{\frown}{A'C}$　$\overset{\frown}{A'D}$

不是直径　垂直于　平分　AA'　$\overset{\frown}{A'C}$　$\overset{\frown}{A'D}$

【随堂练习】

1.D　2.B　3.D　[变式题] 2　4.6

5.解：由题意得 $OC\perp AB$，∴$AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 8=4$(m).

设该桨轮船的轮子的半径为 r m，

则 $OD=OC-CD=(r-2)$m.

在 Rt$\triangle AOD$ 中，由勾股定理，得 $AD^2+OD^2=OA^2$，

即 $4^2+(r-2)^2=r^2$，解得 $r=5$.

因此，该桨轮船的轮子的半径为 5 m.

24.1.3　弧、弦、圆心角

【新知梳理】

1.圆心

2.弧　弦　圆心角　弦　圆心角　相等

$\overset{\frown}{A'B'}$　$A'B'$　$\angle A'OB'$　$A'B'$　$\angle A'OB'$　$\overset{\frown}{A'B'}$　$\overset{\frown}{A'AB'}$

【随堂练习】

1.C　2.A　3.B　4.140

5.证明：∵$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，∴$\angle AOC=\angle BOC$.

∵$CD\perp OA$，$CE\perp OB$，∴$\angle CDO=\angle CEO=90°$.

又 $OC=OC$，∴$\triangle COD\cong\triangle COE$(AAS)，∴$OD=OE$.

∵$OA=OB$，∴$OA-OD=OB-OE$，即 $AD=BE$.

24.1.4　圆周角

第 1 课时　圆周角定理及其推论

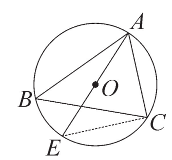
【新知梳理】

1.顶点　相交　一半　2.相等　直角　直径　90°　直径

【随堂练习】

1.D　2.D　3.B　4.48°　5.62°

6.解：如图，连接 CE.



∵$\angle B=\angle E$，$\angle B=\angle EAC$，

∴$\angle E=\angle EAC$，∴$CE=AC$.

∵AE 是⊙O 的直径，∴$\angle ACE=90°$.

在 Rt$\triangle AEC$ 中，由勾股定理，得 $AE^2=AC^2+CE^2$，

即 $8^2=2AC^2$，∴$AC=4\sqrt{2}$.

第 2 课时　圆内接四边形

【新知梳理】

同一个圆上　外接圆　180°　180°　$\angle B$

【随堂练习】

1.A　2.A　3.B　4.24°　5.110

6.解：∵四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，

∴$\angle BAD+\angle BCD=180°$.

∵$\angle BCD=115°$，∴$\angle BAD=65°$.

∵BE 是⊙O 的直径，∴$\angle BAE=90°$.

∴$\angle EBD=\angle DAE=\angle BAE-\angle BAD=90°-65°=25°$.

24.2　点和圆、直线和圆的位置关系

24.2.1　点和圆的位置关系

【新知梳理】

1.>　=　<

2.(1)不在同一条直线上

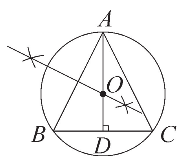
(2)顶点　垂直平分线

(3)结论　假设　原命题

【随堂练习】

1.C　2.A　3.B　4.D　5.(3,2)

6.解：如图，⊙O 即为所求.



24.2.2　直线和圆的位置关系

第 1 课时　直线和圆的位置关系

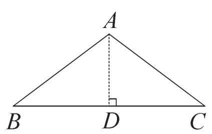
【新知梳理】

两个　一个　没有　<　=　>　$d<r$　$d=r$　$d>r$

【随堂练习】

1.A　2.D　3.D　4.相切　相交　5.$0\leq d\leq 3$

6.解：如图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D.



∵$AB=AC$，

∴$BD=CD=\frac{1}{2}BC=8$ cm.

在 Rt△ABD 中，$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm).

(1)当 $r=5$ cm 时，$AD>r$，∴直线 BC 与⊙A 相离.

(2)当 $r=6$ cm 时，$AD=r$，∴直线 BC 与⊙A 相切.

(3)当 $r=7$ cm 时，$AD<r$，∴直线 BC 与⊙A 相交.

第 2 课时　切线的判定与性质

【新知梳理】

垂直于　切线　垂直于　⊥

【随堂练习】

1.D　2.C　3.46°　4.35°

5.证明：∵AB 与⊙O 相切于点 M，

∴$OM\perp AB$.

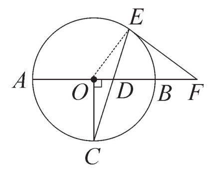
∵$MA=MB$，∴OM 垂直平分 AB.

∴$OA=OB$.

∵$OC=OD$，

∴$OA-OC=OB-OD$，即 $AC=BD$.

6.证明：如图，连接 OE.



∵$OC\perp AB$，∴$\angle COD=90°$.

∵$OE=OC$，∴$\angle OEC=\angle OCE$.

∵$DF=EF$，∴$\angle FDE=\angle FED$.

∵$\angle FDE=\angle CDO$，$\angle CDO+\angle OCD=90°$，

∴$\angle FED+\angle OEC=90°$，即 $\angle FEO=90°$，∴$OE\perp EF$.

∵OE 是⊙O 的半径，∴EF 为⊙O 的切线.

第 3 课时　切线长定理及三角形的内切圆

【新知梳理】

1.线段的长　2.相等　平分　PB　BPO　APB

3.相切　角平分线

【随堂练习】

1.D　2.A　3.D　4.6

5.解：(1)∵CA，CE 都是⊙O 的切线，∴$CA=CE$.

同理 $DE=DB$，$PA=PB$.

∴△PCD 的周长 $=PD+PC+CD=PD+PC+CE+DE=PD+PC+CA+DB=PA+PB=2PA=12$，

∴$PA=6$.

(2)∵$\angle APB=60°$，∴$\angle PCE+\angle PDE=120°$，

∴$\angle ACD+\angle CDB=360°-(\angle PCE+\angle PDE)=240°$.

∵CA，CE 是⊙O 的切线，∴$\angle OCE=\frac{1}{2}\angle ACD$.

同理 $\angle ODE=\frac{1}{2}\angle CDB$.

∴$\angle OCE+\angle ODE=\frac{1}{2}(\angle ACD+\angle CDB)=\frac{1}{2}\times 240°=120°$.

∴$\angle COD=180°-(\angle OCE+\angle ODE)=60°$.

24.3　正多边形和圆

【新知梳理】

1.圆心　半径　圆心角　一边的距离

2.(1)$\frac{360°}{n}$　$\frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$　$\frac{360°}{n}$　(2)$\left(\frac{a}{2}\right)^2+r^2=R^2$

【随堂练习】

1.A　2.D　3.A　4.$2\sqrt{3}$

5.解：①在同圆中，相等的圆心角所对的弦相等；

②直径所对的圆周角是直角.(答案不唯一)

24.4　弧长和扇形面积

第 1 课时　弧长和扇形面积

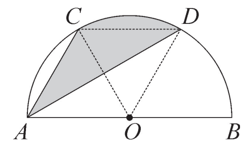
【新知梳理】

$l=\frac{n\pi R}{180}$　半径　弧　$\frac{n\pi R^2}{360}$　$\frac{1}{2}lR$　弧长

【随堂练习】

1.C　2.A　3.B　4.B　5.900

6.解：如图，连接 CD，OC，OD.



∵C，D 是以 AB 为直径的半圆 O 上的三等分点，直径 $AB=2$，

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BD}$，半径为 1.

∴$\angle AOC=\angle COD=\angle DOB=60°$.

又 $OC=OD$，

∴△OCD 是等边三角形.

∴$\angle OCD=60°$.∴$\angle AOC=\angle OCD$.∴$CD\parallel AB$.

∴$S_{\triangle ACD}=S_{\triangle OCD}$.

∴$S_{阴影}=S_{扇形OCD}=\frac{60\pi\times 1^2}{360}=\frac{\pi}{6}$.

第 2 课时　圆锥的侧面积和全面积

【新知梳理】

1.母线　高　2.πrl　$\pi rl+\pi r^2$

【随堂练习】

1.(1)D　(2)C　(3)6　2.(1)90°　(2)12　3.96π

4.解：(1)∵扇形铁皮的半径为 12 cm，面积为 48π cm²，

∴$\frac{48\pi}{12^2\pi}\times 360°=120°$，

∴扇形的圆心角的度数为 120°.

(2)根据题意，得 $2\pi r=\frac{120\pi\times 12}{180}$，解得 $r=4$.

∴圆锥的底面圆半径 r 为 4 cm.

第二十五章　概率初步

25.1　随机事件与概率

25.1.1　随机事件

【新知梳理】

会发生　不会发生　可能发生

【随堂练习】

1.②④　①　③　2.D

25.1.2　概率

【新知梳理】

可能性　1　0

【随堂练习】

1.C　2.A　3.$\frac{1}{3}$　4.$\frac{3}{8}$

25.2　用列举法求概率

第 1 课时　用列表法求概率

【新知梳理】

(1)有限　(2)相等

【随堂练习】

1.A　2.B　3.$\frac{5}{9}$　4.$\frac{1}{6}$　5.$\frac{2}{3}$

6.解：根据题意，列表如下：

第 1 次 / 第 2 次	吉	祥	如	意
吉	(吉，吉)	(祥，吉)	(如，吉)	(意，吉)
祥	(吉，祥)	(祥，祥)	(如，祥)	(意，祥)
如	(吉，如)	(祥，如)	(如，如)	(意，如)
意	(吉，意)	(祥，意)	(如，意)	(意，意)

由表可以看出，可能出现的结果有 16 种，并且它们出现的可能性相等.其中两次指针指向同一个汉字所在区域的结果有 4 种，所以某顾客连续转动转盘两次后能获得礼物的概率为 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

第 2 课时　用画树状图法求概率

【新知梳理】

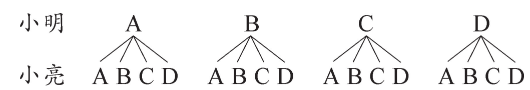
2.$\frac{m}{n}$

【随堂练习】

1.C　2.D　3.D　4.B　5.$\frac{3}{8}$

6.解：(1)$\frac{1}{4}$

(2)根据题意，可以画出如下的树状图：



由树状图可以看出，所有可能出现的结果共有 16 种，这些结果出现的可能性相等.其中小明和小亮两名同学抽到不同题目的结果有 12 种，所以小明和小亮两名同学抽到不同题目的概率为 $\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$.

25.3　用频率估计概率

【新知梳理】

稳定性　概率　p

【随堂练习】

1.D　2.B　3.B　4.32

5.解：(1)0.8

(2)小伟大约能写对 $60\times 0.8=48$(个)汉字.